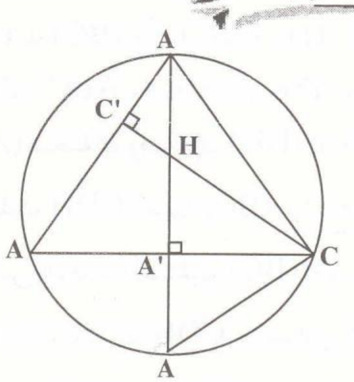
حل التمرين 11

الشكل :



1) نبين أن نصف المستقيم [CB] منصف الزاوية $\widehat{HCD}$

في المعطيات نعلم أن [AA'] هو ارتفاع موافق للضلع [BC] وأن [CC'] هو ارتفاع موافق للضلع [AB] في المثلث ABC إذن لدينا $(CC') \perp (BC')$ و $(CA') \perp (AA')$.

وبما أن $D \in (AA')$ فإن المستقيمين (AA') و (A'D) منطبقان إذن $(CA') \perp (A'D)$ ومنه فإن المثلث BCC' قائم الزاوية في C'

إذن $\boxed{\widehat{C'BC} + \widehat{BCC'} = 90°}$ (1)

والمثلث CA'D قائم الزاوية في A'

إذن $\boxed{\widehat{A'CD} + \widehat{A'DC} = 90°}$ (2)

من العلاقتين 1 و 2 نستنتج أن:

$$\boxed{\widehat{C'BC} + \widehat{BCC'} = \widehat{A'CD} + \widehat{A'DC}} \quad (3)$$

وبما أن الزاويتين $\widehat{ABC}$ و $\widehat{ADC}$ محيطيتان وتحصران نفس القوس $\widehat{AC}$ في الدائرة (C) فإن : $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$ أي أن

$$\boxed{\widehat{C'BC} = \widehat{A'DC}} \quad (4)$$

وبالتالي من المتساويتين **(3)** و **(4)**

نستنتج أن: $\widehat{BCC'} = \widehat{A'CD}$

أي أن $\widehat{BCH} = \widehat{BCD}$

لأن $\widehat{BCH} = \widehat{BCC'}$ و $\widehat{BCD} = \widehat{A'CD}$

إذن بما أن الزاويتين $\widehat{BCH}$ و $\widehat{BCD}$ متحاذيتان ومتقايستان فإن نصف المستقيم [CB) يمثل منصف الزاوية $\widehat{HCD}$.

2) استنتاج أن D مماثلة H بالنسبة لـ [BC) .

نعلم أن $(AA') \perp (BC)$ وأن $H \in (AA')$ لأن النقطة هي مركز تعامد المثلث ABC وأن $D \in (AA')$ إذن المستقيمين (DH) و(AA') منطبقان ومنه فإن $(DH) \perp (BC)$

وبالتالي في المثلث CDH لدينا (BC) ارتفاع موافق للضلع [DH] وفي نفس الوقت المستقيم (BC) هو حامل منصف الزاوية HCD إذن المثلث CDH متساوي الساقين في C ومنه فإن المستقيم (BC) يمثل كذلك واسط القطعة [HD] وهذا يعني أن النقطة D هي مماثلة H بالنسبة للمستقيم (BC) .