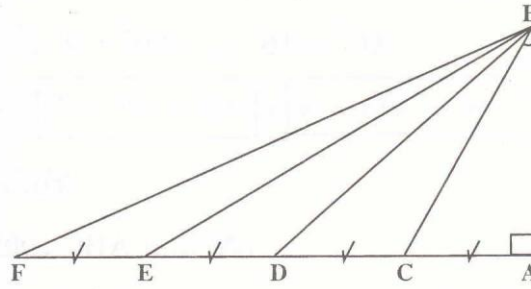


حل التمرين 21

الشكل :



(1) نبيهه أنه $BD^2 = 7AC^2$ وأنه $BE^2 = 12AC^2$

وأنه $BF^2 = 19AC^2$:

في المعطيات نعلم أن المثلث ABC قائم الزاوية في A وأن $\widehat{ABC} = 30^\circ$ وأن النقط D و E و F تنتمي إلى نصف المستقيم (AC) حيث $AD = 2AC$ و $AE = 3AC$ و $AF = 4AC$ إذن المثلث ABD قائم الزاوية في A وكذلك المثلث AEB قائم الزاوية في A والمثلث AFB قائم الزاوية

في A ومنه حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة لدينا :

$$BE^2 = AE^2 + AB^2 \text{ و } BD^2 = AD^2 + AB^2$$

$$\text{و } BF^2 = AF^2 + AB^2$$

$$\text{يعني أن: } BD^2 = (2AC)^2 + AB^2$$

$$\text{أي } BD^2 = 4AC^2 + AB^2$$

$$BE^2 = 9AC^2 + AB^2 \text{ أي } BE^2 = (3AC)^2 + AB^2$$

$$BF^2 = 16AC^2 + AB^2 \text{ أي } BF^2 = (4AC)^2 + AB^2$$

* وفي المثلث ABC القائم الزاوية في A

$$\tan \widehat{ABC} = \tan 30^\circ = \frac{AC}{AB} \quad \text{لدينا}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{ونعلم أن}$$

$$\boxed{AB = \sqrt{3} AC} \quad \text{أي} \quad \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AC}{AB} \quad \text{إذن}$$

$$\boxed{AB^2 = 3AC^2} \quad \text{أي}$$

وبالتالي لدينا

$$\boxed{BD^2 = 7AC^2} \quad \text{أي} \quad BD^2 = 4AC^2 + 3AC^2$$

$$\boxed{BE^2 = 12 AC^2} \quad \text{أي} \quad BE^2 = 9 AC^2 + 3AC^2$$

$$\boxed{BF^2 = 19 AC^2} \quad \text{أي} \quad BF^2 = 16 AC^2 + 3AC^2$$

(2) حساب BM^2 بدلالة AC

نعلم أن المثلث ABC قائم الزاوية في A وأن $M \in [AC)$

إذن المثلث AMB قائم الزاوية في A ومنه حسب مبرهنة

قثاغورس المباشرة لدينا $BM^2 = AM^2 + AB^2$

$$AB = \sqrt{3} AC \quad \text{و} \quad AM = nAC \quad \text{وبما أن}$$

$$BM^2 = n^2 AC^2 + 3AC^2 \quad \text{فإن}$$

$$\boxed{BM^2 = (n^2 + 3) AC^2} \quad \text{أي أن}$$