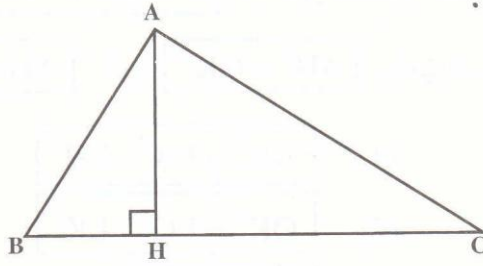


حل التمرين 19

الشكل :



(1) نقارن بينه  $BC^2$  و  $2AH^2 + BH^2 + CH^2$  :

في المعطيات نعلم أن :  $H \in [BC]$  و أن  $BH = 1,8 \text{ cm}$

و  $CH = 3,2 \text{ cm}$  و  $AH = 2,4 \text{ cm}$  إذن لدينا  $BC = BH + CH$

أي  $BC = 5 \text{ cm}$  ومنه فإن  $BC^2 = 25$

و  $CH^2 = 10,24$  و  $BH^2 = 3,24$  و  $2AH^2 = 11,52$

أي  $2AH^2 + BH^2 + CH^2 = 25$

وبالتالي لدينا :  $BC^2 = 25$  و  $2AH^2 + BH^2 + CH^2 = 25$

$$2AH^2 + BH^2 + CH^2 = BC^2 \quad \text{أي أن}$$

(2) حساب  $AB^2$  و  $AC^2$  :

نعلم أن النقطة H هي المسقط العمودي للنقطة A على (BC) إذن  $[AH] \perp [BH]$  و  $[AH] \perp [CH]$  .

أي أن المثلث ABH قائم الزاوية في H والمثلث ACH قائم الزاوية في H ومنه حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة لدينا:

$$AC^2 = AH^2 + CH^2 \quad \text{و} \quad AB^2 = AH^2 + BH^2$$

وبما أن:  $CH = 3,2 \text{ cm}$  و  $BH = 1,8 \text{ cm}$  و  $AH = 2,4 \text{ cm}$

$$\text{فإن: } AC^2 = 2,4^2 + 3,2^2 \quad \text{و} \quad AB^2 = 2,4^2 + 1,8^2$$

تعني أن  $AC^2 = 5,76 + 10,24$  و  $AB^2 = 5,76 + 3,24$

$$\text{تعني أن } AC^2 = 16 \quad \text{و} \quad AB^2 = 9$$

$$\text{أي أن: } AC = \sqrt{16} = 4 \quad \text{و} \quad AB = \sqrt{9} = 3$$

\* استنتاج:

في المثلث ABC لدينا الآن :

$$BC = 5 \text{ cm} \quad \text{و} \quad AC = 4 \text{ cm} \quad \text{و} \quad AB = 3 \text{ cm}$$

$$\text{أي } BC = 25 \quad \text{و} \quad AC^2 = 16 \quad \text{و} \quad AB^2 = 9$$

$$\text{إذن بما أن: } BC^2 = 25 \quad \text{و} \quad AB^2 + AC^2 = 9 + 16 = 25$$

فإن  $AB^2 + AC^2 = BC^2$  ومنه بتطبيق مبرهنة فيثاغورس

العكسية نستنتج أن المثلث ABC قائم الزاوية في A .

(3) حسب جواب السؤال (1) نعلم أنه :

$$2AH^2 + BH^2 + CH^2 = BC^2$$

وحسب جواب السؤال (2) نعلم أن:  $BC^2 = AB^2 + AC^2$

أي أن المثلث ABC قائم الزاوية في A

إذن نتظن النتيجة التالية:

في مثلث ABC إذا كانت النقطة H هي المسقط العمودي للنقطة على (BC) حيث H توجد بين B و C وكانت  $2AH^2 + BH^2 + CH^2 = BC^2$  فإن هذا المثلث ABC قائم الزاوية في A .

(4) لنبرهنه على هذه المظنونة:

\* حساب  $AB^2$  بدلالة  $AH^2$  و  $BH^2$ .

وحساب  $AC^2$  بدلالة  $AH^2$  و  $CH^2$ :

نعلم أن  $H \in (BC)$  وأن  $(AH) \perp (BC)$  إذن المثلث

$ABH$  قائم الزاوية في  $H$  وكذلك المثلث  $ACH$  قائم

الزاوية في  $H$  ومنه بتطبيق مبرهنة فيثاغورس المباشرة على

هذين المثلثين لدينا:  $AB^2 = AH^2 + BH^2$  و  $AC^2 = AH^2 + CH^2$

وبالتالي فإن:

$$AB^2 + AC^2 = AH^2 + BH^2 + AH^2 + CH^2$$

أي أن  $\textcircled{1} \quad AB^2 + AC^2 = 2AH^2 + BH^2 + CH^2$

إذن إذا كانت لدينا  $\textcircled{2} \quad 2AH^2 + BH^2 + CH^2 = BC^2$

فإننا نستنتج من العلاقتين  $\textcircled{1}$  و  $\textcircled{2}$

أن  $\textcircled{AB^2 + AC^2 = BC^2}$

وهذا يعني حسب مبرهنة فيثاغورس العكسية على أن المثلث

$ABC$  قائم الزاوية في  $A$ .