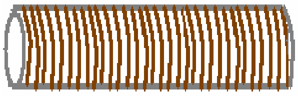
ثنائـــــي القطب RL

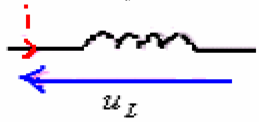
I دور الوشيعة في دارة كهربائية :

1) تعريف الوشيعة :

الوشيعة ثنائي قطب يتكون من أسلاك النحاس ملفوفة بانتظام حول اسطوانة عازلة .



تمثل الوشيعة ذات المقاومة r ، في دارة كهربائية كما يلي:



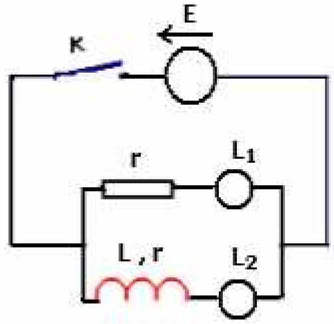
في اصطلاح المستقبل ، التوتر بين مربطي الوشيعة وشدة التيار الكهربائي الذي يعبرها لهما منحيان متعاكسان.

2) تأثير الوشيعة على دارة كهربائية :

أ) تجربة :

نعتبر الدارة الكهربائية المكونة من:

- مولد للتيار الكهربائي المستمر.
- مصباح L_1 ومصباح L_2 مماثلان.
- موصل أومي ووشيعة لهما نفس المقاومة.
- قاطع التيار الكهربائي.



ب) ملاحظات:

المصباح L_2 يتأخر في اللمعان عند غلق قاطع التيار الكهربائي ويتأخر في الانطفاء عند فتح قاطع التيار.

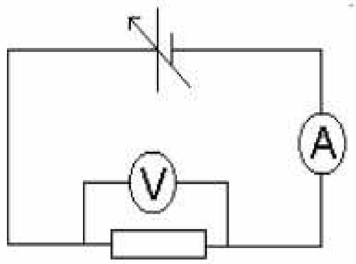
ج) استنتاج:

الوشيعة تقاوم إقامة أو انقطاع التيار الكهربائي في الدارة.

II الإبراز التجريبي لمعامل تحريض الوشيعة:

1) التوتر بين مربطي الوشيعة :

أ)في التيار الكهربائي المستمر



ننجز التركيب التالي المكون من مولد للتيار الكهربائي المستمر (قابل للضبط): ثم أميرميتر ، وفولطميتر ووشيعة.(انظر الشكل).

نقيس تغيرات التوتر بين مربطي الوشيعة بدلالة تغيرات شدة التيار في الدارة.

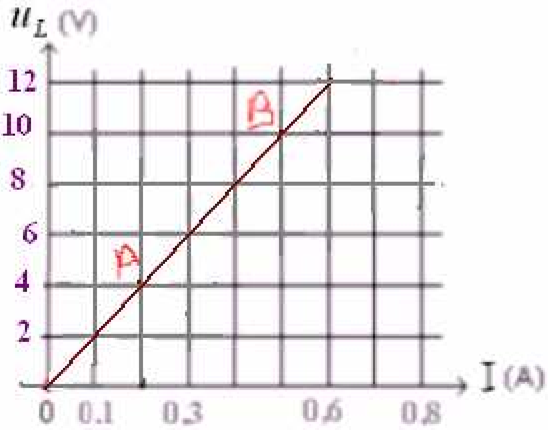
جدول النتائج:

$u_L(V)$	2	4	6	8	10	12
$I(A)$	0 ,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6

التوتر بين مربطي الوشيعة يتناسب اضطردا مع شدة التيار الكهربائي الذي يعبرها. ومعامل التناسب الذي له أبعاد المقاومة يسمى بمقاومة الوشيعة ويرمز إليه ب: r .

مبيانيا لدينا : $r = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{u_B - u_A}{I_B - I_A} + \frac{(10-4)V}{(0,5-0,2)A} = 20\Omega$

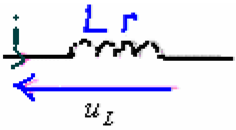
إذن : $\boxed{u_L = r.I}$



تتصرف الوشيعة في التيار الكهربائي المستمر كموصل أومي.

ب) في التيار الكهربائي المتغير:

التوتر بين مربطي الوشيعة في التيار الكهربائي المتغير : $u_L = ri + L\frac{di}{dt}$

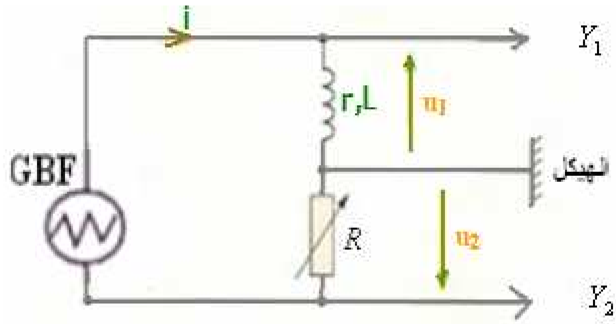


L : معامل تحريض الوشيعة وهو يتعلق بطولها وعدد لفاتها ومساحة مقطعها وكذلك بطبيعة الوسط الذي توجد فيه ، لذلك يزداد هذا المعامل عند إدخال نواة من الحديد المطاوع بداخل الوشيعة.

ووحدة معامل التحريض في النظام العالمي للوحدات : الهينري $Henry$ الذي يرمز إليه ب: H .

2) الإبراز التجريبي لمعامل تحريض الوشيعة.

نستعمل مولدا للترددات المخفضة $(G.B.F.)$ وننجز التركيب التالي:



نضبط قيمة مقاومة الموصل الأومي R إلى أن تصبح : $R = r = 20\Omega$.

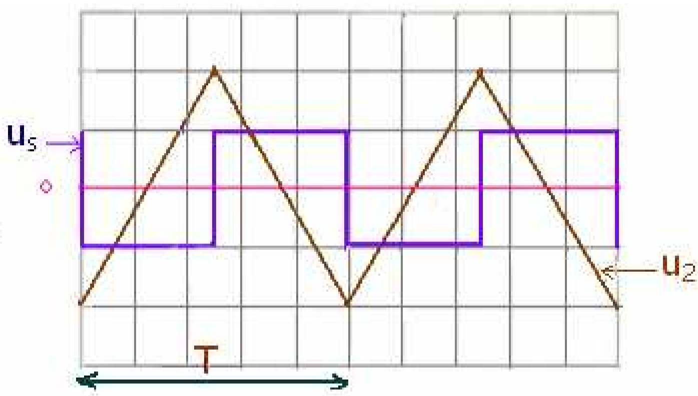
و نضبط المولدGBF على الترددN=2KHz.بحيث يعطي تيارا كهربائيا مثلثيا .

نشاهد على شاشة راسم التذبذب في المدخل y_B u₂(t) .

ثم نضغط على الزر ADD الذي يمكن من مشاهدة المجموع $u_s = u_1 + u_2$ على الشاشة فنحصل على الشكل التالي:

الكسح الأفقي المستعمل: 0,1 ms/div

الحساسية الرأسية 2V/div للتوترين u_2 و u_s.



ملحوظة : u_s و: u_2 لا تتم معاينتهما على نفس الشاشة. (لقد تم جمعهما في الشكل لتسهيل استثمار النتائج فقط) .

1) عبر عن u_2 بدلالة R و i.

2)اعتمادا على قيمة الكسح الأفقي المستعمل أوجد قيمة الدور T ثم تأكد من كون التردد يساوي $2kHz$.

3) عبر عن التوتر u_s بدلالة L و $\frac{di}{dt}$.

4) خلال نصف الدور الأول يمكن كتابة التوتر u_2 على الشكل $u_2 = at + b$

أ) حدد قيمة المعاملين a و b ؟

ب) عين بالنسبة لنصف الدور الأول، تعبير $i(t)$ ، ثم أوجد قيمة $\frac{di}{dt}$.

5) من خلال الشكل المشاهد على شاشة راسم التذبذب، أوجد قيمة التوتر u_s في المجال $\left[0,\frac{T}{2}\right]$، واستنتج قيمة معامل التحريض للوشيعة.

---

1) من خلال التركيب لدينا: $u_2=-u_R$ إذن: $u_2=-Ri$.

2) $T=5cm\times 0{,}1ms/cm=0{,}5ms$ إذن: $N=\frac{1}{T}=\frac{1}{0{,}5\times10^{-3}s}=2\times10^3\,Hz=2kHz$.

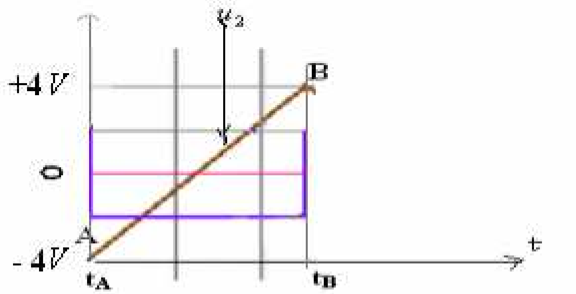
---

3)لدينا $R=r$ إذن : $u_s=u_1+u_2=ri+L\frac{di}{dt}-ri=L\frac{di}{dt}$ ومنه : $u_s=L\frac{di}{dt}$

---

4) أ) في المدخل Y_2 نعاين التوتر $u_2=-R.i$ وهو على الشكل : $u_2=at+b$.

$$a=\frac{\Delta u_2}{\Delta t}=\frac{(u_2)_B-(u_2)_A}{t_B-t_A}=\frac{4-(-4)V}{(0{,}25-0).10^{-3}s}=32.10^3$$



إذن : $u_2=32.10^3t+b$

لتحديد قيمة الثابتة b نعتبر لحظة تنتمي إلى المجال $[0{,}0{,}25ms]$ مثلا $t=0$ ثم نعوض في $u_2=32.10^3t+b$

التي تصبح : $-4=0+b$ ومنه : $b=-4V$ وبالتالي: $u_2=32.10^3t-4$

ب) بالنسبة لنصف الدور الأول، تعبير $i(t)$ هو : $u_2=32.10^3t-4$

وبما أن: $u_2=-R.i$ $\Leftarrow$ $i=\frac{-u_2}{R}=\frac{-(32\times10^3t-4)}{20}=-1600.t+0{,}2$

بما أن : $i=-1600t+0{,}2$ $\Leftarrow$ $\frac{di}{dt}=-1600$.

---

5) من خلال الشكل لدينا في المجال $\left[0,\frac{T}{2}\right]$: $u_s=-2V/div\times1div=-2V$

ومن خلال 3) $u_s=L\frac{di}{dt}$

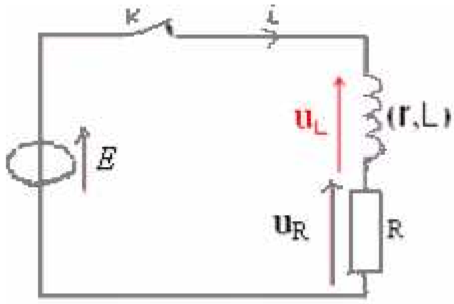
إذن : $L=\frac{u_s}{di/dt}=\frac{-2}{-1600}=1{,}25.10^{-3}H=1{,}25mH$

III) استجابة ثنائي القطبRL لرتبة توتر:

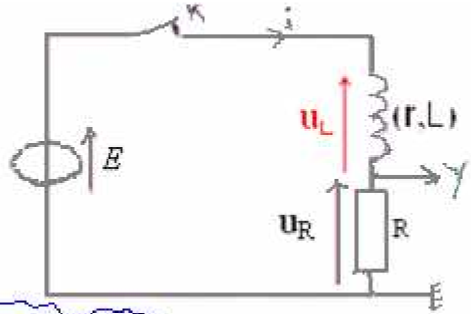
1)الاستجابة لرتبة صاعدة للتوتر(إقامة التيار في الدارة):

1-1)التركيب التجريبي:

نركب على التوالي موصلا أوميا مقاومته R ووشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها r ، ونخضعه لرتبة



2-1) المعادلة التفاضلية :



بتطبيق قانون إضافية لتوترات لدينا : $u_R + u_L = E$

مع: $u_R = R\,i$ و $u_L = ri + L\frac{di}{dt}$ العلاقة تصبح:

$Ri + ri + L\frac{di}{dt} = E$ أي: $(r+R)i + L\frac{di}{dt} = E$

إذن : $R_t i + L\frac{di}{dt} = E$ (2) مع $R_t = r + R$

العلاقة (2) تكتب كما يلي : $\frac{L}{R_t}\frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_t}$ وفي هذه الحالة ثابتة الزمن : $\tau = \frac{L}{R_t}$ ثابتة الزمن لثنائي القطب RL

وبذلك المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار في الدارة هي: $\tau\frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_t}$

3-1) حل المعادلة التفاضلية:

حل المعادلة التفاضلية: $\tau.\frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_t}$ (1) يكتب كما يلي : $i_{(t)} = Ae^{-m.t} + B$

الثوابت A ، m و B يتم تحديدها بالتعويض في المعادلة التفاضلية وباستعمال الشروط البدئية.

إذن: $\frac{di}{dt} = -mAe^{-mt}$ نعوض في المعادلة التفاضلية التي تصبح: $-\tau.mAe^{-mt} + Ae^{-mt} + B = \frac{E}{R_t}$

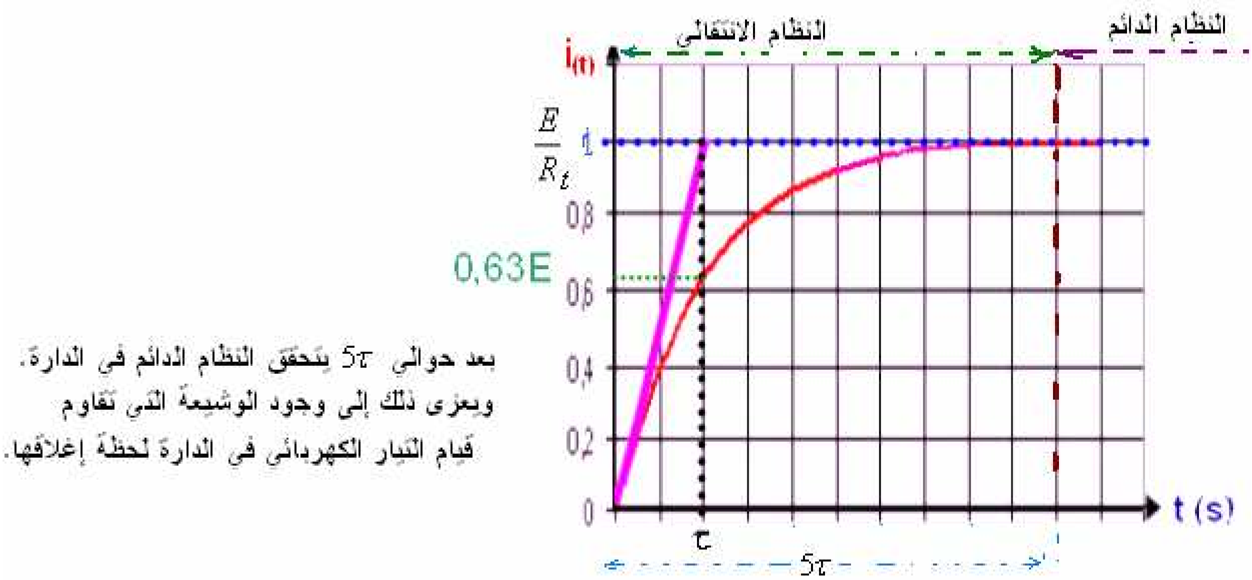
أي: $Ae^{-mt}(1-\tau.m) = \frac{E}{R_t} - B$ (2) لكي تتحقق هذه المعادلة يجب أن يكون معامل: $e^{-m.t}$ منعدما أي $1-\tau.m = 0$ لأن $A \neq 0$

إذن: $m = \frac{1}{\tau}$ وبذلك (2) تصبح $B = \frac{E}{R_t}$.

والحل (1) أصبح كما يلي: (3) $i_{(t)} = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{R_t}$

لتحديد الثابتة A نعتبر الشروط البدئية : عند اللحظة $t = o$ لدينا $u_c = 0$ وبالتعويض في (3) نحصل على: $A = -\frac{E}{R_t}$

الحل النهائي يكتب كما يلي: $i_{(t)} = \frac{E}{R_t}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ مع $\tau = \frac{L}{R_t}$ و: $R_t = r + R$



يمثل هذا المنحنى التأخر الزمني الذي يحدث عند إقامة التيار في دارة تضم وشيعة .

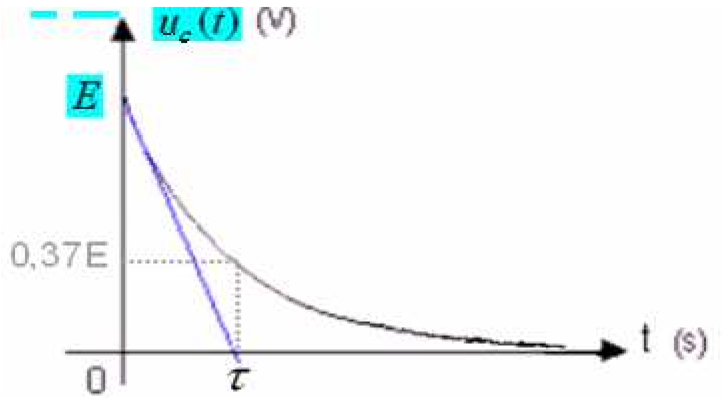
تزداد مدة إقامة التيار في الدارة بتزايد معامل تحريض الوشيعة أو تناقص مقاومة الدارة أي بتزايد τ .

4-1)تعبير التوتر بين مربطي الوشيعة:

حسب قانون إضافية التوترات في الدارة السابقة لدينا: $u_R + u_L = E$

$$u_L = E - u_R = E - R.i = E - R.\frac{E}{R_t}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

إذا كانت مقاومة الوشيعة r **مهملة ، تصبح مقاومة الدارة** $R_t = R$ **وبالتالي :** $u_L = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ **مع:** $\tau = \frac{L}{R}$



5-1) معادلة الأبعاد لثابتة الزمن $\tau = \frac{L}{R_t}$:

$$u_L = L\frac{di}{dt} \Leftarrow [U] = [L].\frac{[I]}{[t]} \Leftarrow [L] = \frac{[U].[t]}{[I]}$$

و : $u_R = R.i \Leftarrow [U] = [R].[I] \Leftarrow [R] = \frac{[U]}{[I]}$

وبما أن ثابتة الزمن : $\tau = \frac{L}{R} \Leftarrow [\tau] = \frac{[L]}{[R]} = [U].[t].[I]^{-1} \times [U]^{-1}.[I] = [t]$

إذن ثابتة الزمن τ **لها بعد زمني وحدتها الثانية** s .

6-1) طريقة تحديد ثابتة الزمن :

.الطريقة الأولى: نعطي للمتغيرة t **- في العلاقة :** $u(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ **القيمة** $t = \tau$.

فنحصل على قيمة التوتر بين مربطي الوشيعة الموافق ل: $t = \tau$ **فهو :** $u_c = Ee^{-1} \approx 037E$.

- أو في العلاقة: $i_{(t)} = I_O(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$

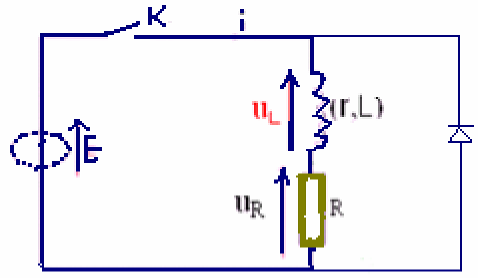
فنحصل على قيمةشدة التيار الكهربائي الذي يعبر الدارة الموافق ل: $t=\tau$ فهو: $i = I_O(1-e^{-1}) = 0{,}63 I_O$

<u>الطريقة الثانية</u>: برسم المماس للمنحنى عند اللحظة $t=0$ فهو يتقاطع مع المقارب $u_L = \dfrac{E}{R_t}$

في اللحظة $t=\tau$ (انظر الشكل) . ومع محور الزمن بالنسبة للتوتر.

2)<u>الاستجابة لرتبة نازلة للتوتر(إنعدام التيارفي الدارة):</u>

عند فتح قاطع التيار الكهربائي K يتغير التوتر بين مربطي ثنائي القطب RL فجأة من القيمة E إلى صفر، (نقول أنه خضع إلى رتبة توتر نازلة).



نضيف إلى دارة التفريغ صماما ثنائيا مركبا في المنحى المعاكس بين مربطي الوشيعة لتفادي حدوث ظاهرة فرط التوتر التي تحدث شرارات بين مربطي الوشيعة وقد تؤدي على إتلاف بعض أجهزة الدارة.

مثلا: $L=0{,}5H$ وشدة التيار في الدارة $I=1A$ و $E=6V$.
ثم نفتح فجأة قاطع التيار k.ومدة انقطاع التيار في الدارة $\Delta t = 1ms$
$L\dfrac{di}{dt} = L\dfrac{\Delta i}{\Delta t} = 0{,}5.\dfrac{0-1}{10^{-3}} = 500V$ ظاهرة فرط التوتر .

عند فتح قاطع التيار، بتطبيق قانون التوترات نجد : $u_L + u_R = 0$

أي: $(L\dfrac{di}{dt} + ri) + R.i = 0 \quad \Leftarrow \quad L\dfrac{di}{dt} + (r+R)i = 0$

$\dfrac{L}{R+r}.\dfrac{di}{dt} + i = 0$ التي يمكن كتابتها كما يلي : $\tau\dfrac{di}{dt} + i = 0$ مع : $\tau = \dfrac{L}{R+r}$

أي:

حل هذه المعادلة يكتب كما يلي: $i = Ae^{-mt} + B$

إذن : $\dfrac{di}{dt} = -mAe^{-mt}$ بالتعويض تصبح المعادلة التفاضلية: $-\tau.mAe^{-mt} + Ae^{-mt} + B = 0$

أي: $Ae^{-mt}(1-\tau.m) = -B \Leftarrow \begin{cases} 1-\tau.m = 0 \\ B = 0 \end{cases} \Leftarrow m = \dfrac{1}{\tau}$ إذن: $i = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$

وباعتبار الشروط البدئية ، عند اللحظة $t=o \Leftarrow$ كان النظام الدائم متحققا $i = \dfrac{E}{R+r} \Leftarrow \dfrac{E}{R+r} = Ae^{0} \Leftarrow A = \dfrac{E}{R+r}$

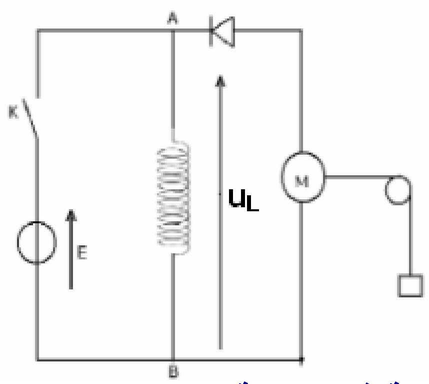
ومنه : $i = \dfrac{E}{R_t}e^{-\frac{t}{\tau}}$

IV) <u>الطاقة المخزونة في وشيعة:</u>

1) <u>الإبراز التجريبي:</u>

نجز التركيب التالي:

عند غلق قاطع التيار K يمر تيار كهربائي في الوشيعة . يمنع الصمام الثنائي المركب في المنحى الحاجز مرور تيار كهربائي في المحرك
عند فتح قاطع التيار K يشتغل المحرك فيرتفع الجسم S .



الوشيعة اختزنت طاقة مغنطيسية ثم حررت هذه الطاقة عند فتح الدارة .

2)<u>تعبير الطاقة المخزونة في وشيعة</u> :

تتناسب الطاقة المخزونة في وشيعة مع معامل تحريضها L ، ومع مربع شدة التيار الكهربائي الذي يعبرها :

$$\xi_m = \frac{1}{2} L.i^2$$

ξ :بالجول (J)

L : بالهينري (H) وشدة التيار i بالأمبير (A).

))

قال رسول الله صلى الله عليه وسلم:

"من اسدى اليكم معروفا فكافئوه فان لم تجدوا ماتكافئونه به فادعوا له حتى تعلموا ان قد كافأتموه "

عبد الكريم اسبيرو