

المادة: الرياضيات

ملخص لدرس متجهات الفضاء

مستوى: السنة الأولى من سلك البكالوريا (علوم تجريبية)

درس رقم/10

الأستاذ: نجيب عثمانى

I. تساوي متجهتين

عناصر متجهة

A و B نقطتان من الفضاء, إذا رمزنا للمتجهة \overrightarrow{AB} بالرمز \vec{u} فان :

- اتجاه \vec{u} هو المستقيم (AB) .
- منحنى هو المنحنى من A نحو B
- منظم \vec{u} هي المسافة AB و نكتب : $\|\vec{u}\| = AB$

ملحوظة

لكل نقطة A من الفضاء, المتجهة \overrightarrow{AA} ليس لها اتجاه و منظمها منعدم ؛

$\overrightarrow{AA} = \vec{0}$ و نكتب $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$ و نكتب $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$

لكل متجهة \vec{u} من الفضاء, لكل نقطة A من الفضاء, توجد نقطة وحيدة M من الفضاء بحيث : $\vec{u} = \overrightarrow{AM}$

تعريف

نقول إن متجهتين متساويتان, اذا كان لهما نفس الاتجاه و نفس المنحنى و نفس المنظم.

خاصية

ليكن $ABCD$ رباعيا من الفضاء لدينا :

$ABCD$ متوازي الأضلاع اذا و فقط اذا كان $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

II. مجموع متجهتين

تعريف

لتكن \vec{u} و \vec{v} متجهتين من الفضاء

مجموع المتجهتين \vec{u} و \vec{v} هي المتجهة \vec{w} بحيث : اذا وضعنا $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ و $\vec{v} = \overrightarrow{BC}$ فان : $\vec{w} = \overrightarrow{AC}$ و نكتب : $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$

علاقة شال

لكل A و B و C نقط من الفضاء لدينا : $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$

مقابل متجهة

لتكن \vec{u} متجهة من الفضاء,

مقابل المتجهة \vec{u} هي المتجهة التي نرمز لها بالرمز $-\vec{u}$ و التي لها نفس اتجاه \vec{u} و نفس منظم \vec{u} و ولكن منحاها هو

عكس منحنى \vec{u} و لدينا $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$ لكل A و B من الفضاء .

III. استقامية متجهتين و التعريف المتجهي لمستقيم

ضرب متجهة في عدد حقيقي

تعريف

لتكن \vec{u} متجهة غير منعدمة من الفضاء و k عدد حقيقي غير منعدم.

ضرب المتجهة \vec{u} في العدد حقيقي k هي المتجهة \vec{v} التي تحقق ما يلي :

- \vec{v} لها نفس اتجاه \vec{u} .
- \vec{v} لها نفس منحنى \vec{u} اذا كان k عدد موجب و لها منحنى معاكس للمتجهة \vec{u} اذا كان k عدد سالب.
- منظم \vec{v} يساوي $|k| \times \|\vec{u}\|$. و نرمز لهذه المتجهة بالرمز $k\vec{u}$ و نكتب $\vec{v} = k\vec{u}$.

لكل متجهة \vec{u} و لكل عدد حقيقي k , نضع : $0\vec{u} = \vec{0}$ و $k\vec{0} = \vec{0}$

خاصيات

لكل متجهتين \vec{u} و \vec{v} من الفضاء و لكل عددين حقيقيين k و k' لدينا :

$$k(\vec{u} + \vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v}$$

$$1\vec{u} = \vec{u}$$

$$k(k'\vec{u}) = (kk')\vec{u}$$

$$(k + k')\vec{u} = k\vec{u} + k'\vec{u}$$

$$k = 0 \text{ أو } \vec{u} = \vec{0} \Leftrightarrow k\vec{u} = \vec{0}$$