

الدالة الأسية النبرية

تعريف: ↘

الدالة $x \mapsto e^x$ هي الدالة العكسية للدالة \ln و تسمى الدالة الأسية النبرية

استنتاجات وخصائص: ↘

| | |
|--|---|
| $\forall (x; y) \in \mathbb{R}^2 \quad \forall r \in \mathbb{Q}$ | $\forall x \in \mathbb{R} \quad e^x > 0$ |
| $e^x \times e^y = e^{x+y}$ | $\ln e^x = x$ |
| $(e^x)^r = e^{rx}$ | $\forall x \in]0; +\infty[\quad e^{\ln x} = x$ |
| $\frac{1}{e^x} = e^{-x}$ | $\forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in]0; +\infty[$ |
| $\frac{e^x}{e^y} = e^{x-y}$ | $e^x = y \Leftrightarrow x = \ln y$ |
| | $\forall (x; y) \in \mathbb{R}^2 \quad e^x = e^y \Leftrightarrow x = y$ |
| | $e^x > e^y \Leftrightarrow x > y$ |

مجموعة التعريف: ↘

| مجموعة تعريفها | الدالة f معرفة كما يلي |
|--|------------------------|
| $D_f = \mathbb{R}$ | $f(x) = e^x$ |
| $D_f = \{x \in \mathbb{R} / x \in D_u\}$ | $f(x) = e^{u(x)}$ |

النهايات: ↘

استنتاجات:

| |
|--|
| $\lim_{x \rightarrow x_0} u(x) = +\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} e^{u(x)} = +\infty$ |
| $\lim_{x \rightarrow x_0} u(x) = -\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} e^{u(x)} = 0$ |
| $\lim_{x \rightarrow x_0} u(x) = +\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{e^{u(x)}}{[u(x)]^n} = +\infty$ |
| $\lim_{x \rightarrow x_0} u(x) = -\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} [u(x)]^n e^{u(x)} = 0$ |
| $\lim_{x \rightarrow x_0} u(x) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{e^{u(x)} - 1}{u(x)} = +\infty$ |

 $(n \in \mathbb{N}^*)$

نهايات أساسية:

| |
|--|
| $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$ |
| $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ |
| $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$ |
| $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0$ |
| $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$ |

هذه النهايات تبقى صالحة عند x_0 على اليمين أو عند x_0 على اليسار أو عند $+\infty$ أو عند $-\infty$

الاتصال: ↘

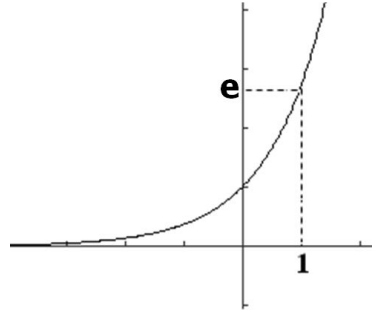
| |
|---|
| الدالة $x \mapsto e^x$ متصلة على \mathbb{R} |
| إذا كانت دالة u متصلة على مجال I فإن الدالة $x \mapsto e^{u(x)}$ متصلة على المجال I |

→ الاشتقاق

إذا كانت دالة u قابلة للاشتقاق على مجال I فإن
الدالة $x \mapsto e^{u(x)}$ قابلة للاشتقاق على المجال I
ولدينا: $\forall x \in I \quad (e^{u(x)})' = u'(x) \times e^{u(x)}$

الدالة $x \mapsto e^x$ قابلة للاشتقاق على \mathbb{R}
ولدينا: $\forall x \in \mathbb{R} \quad (e^x)' = e^x$

→ التمثيل المصانبي:



← الدالة الأسية للأساس a حيث: $a \in \mathbb{R}_+^* - \{1\}$

→ تعريف:

الدالة $x \mapsto a^x$ هي الدالة العكسية للدالة \log_a وتسمى الدالة الأسية للأساس a

→ استنتاجات وخصائص:

| | |
|---|--|
| $\forall (x; y) \in \mathbb{R}^2$ $a^x \times a^y = a^{x+y}$ $(r \in \mathbb{Q}) \quad (a^x)^r = a^{rx}$ $\frac{1}{a^x} = a^{-x}$ $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$ | $\forall x \in \mathbb{R} \quad a^x = e^{x \ln a}$ $\log_a(a^x) = x$ |
| | $\forall x \in]0; +\infty[\quad a^{\log_a x} = x$ |
| | $a^x = a^y \Leftrightarrow x = y$ |
| | $\forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in]0; +\infty[$ $a^x = y \Leftrightarrow x = \log_a(y)$ |

→ نهايات و متراجحات:

| $0 < a < 1$ | $a > 1$ |
|--|--|
| $a^x > a^y \Leftrightarrow x < y$ | $a^x > a^y \Leftrightarrow x > y$ |
| $\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = 0$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = +\infty$ | $\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = 0$ |
| $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a$ | |

→ المشتقة:

$$(a^x)' = (\ln a) \times a^x$$