

## الدالة اللوغارتم النبري:

تعريف: ➔

دالة اللوغارتم النبري هي الدالة الأصلية للدالة  $x \mapsto \frac{1}{x}$  على المجال  $]0; +\infty[$  والتي تنعدم في 1 ويرمز لها بالرمز:  $\ln$

استنتاجات وخصائص: ➔

$\forall x \in ]0; +\infty[ \quad \forall y \in ]0; +\infty[$	$\ln 1 = 0$	$\ln e = 1$
$\ln xy = \ln x + \ln y$	$\forall x \in ]0; +\infty[ \quad \forall y \in ]0; +\infty[$	$\ln x = \ln y \Leftrightarrow x = y$
$\ln x^r = r \ln x \quad (r \in \mathbb{Q})$	$\ln x > \ln y \Leftrightarrow x > y$	
$\ln \frac{1}{x} = -\ln x$	$\forall x \in ]0; +\infty[ \quad \forall y \in \mathbb{R}$	$\ln x = y \Leftrightarrow x = e^y$
$\ln \frac{x}{y} = \ln x - \ln y$		

إذا كان  $n$  عددا زوجيا فإن:  $\forall x \in \mathbb{R}^* \quad \ln x^n = n \ln |x|$

مجموعة التعريف: ➔

مجموعة تعريفها	الدالة $f$ معرفة كما يلي
$D_f = ]0; +\infty[$	$f(x) = \ln x$
$D_f = \{x \in \mathbb{R} / x \in D_u \text{ و } u(x) > 0\}$	$f(x) = \ln[u(x)]$

النهايات: ➔

نهايات أساسية:

$\lim_{x \rightarrow x_0} u(x) = +\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} \ln[u(x)] = +\infty$	
$\lim_{x \rightarrow x_0} u(x) = 0^+ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} \ln[u(x)] = -\infty$	
$\lim_{x \rightarrow x_0} u(x) = +\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\ln[u(x)]}{[u(x)]^n} = 0$	$(n \in \mathbb{N}^*)$
$\lim_{x \rightarrow x_0} u(x) = 0^+ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} [u(x)]^n \ln[u(x)] = 0$	
$\lim_{x \rightarrow x_0} u(x) = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\ln[u(x)]}{u(x) - 1} = 1$	
$\lim_{x \rightarrow x_0} u(x) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\ln[u(x) + 1]}{u(x)} = 1$	

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$
$\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0$
$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^n \ln x = 0$
$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x - 1} = 1$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x + 1)}{x} = 1$

هذه النهايات تبقى صالحة عند  $x_0$  على اليمين أو عند  $x_0$  على اليسار أو عند  $+\infty$  أو عند  $-\infty$

الاتصال: ↘

الدالة  $x \mapsto \ln x$  متصلة على المجال  $]0; +\infty[$

إذا كانت  $u$  موجبة قطعاً و متصلة على مجال  $I$  فإن الدالة  $x \mapsto \ln[u(x)]$  متصلة على المجال  $I$

الاشتقاق: ↘

الدالة  $x \mapsto \ln x$  قابلة للاشتقاق على  $]0; +\infty[$

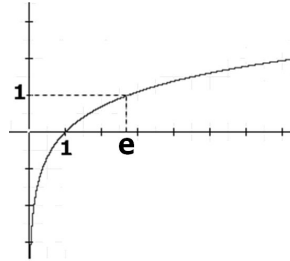
ولدينا:  $\forall x \in ]0; +\infty[ \quad (\ln x)' = \frac{1}{x}$

إذا كانت  $u$  دالة موجبة قطعاً و قابلة للاشتقاق على مجال  $I$  فإن الدالة  $x \mapsto \ln[u(x)]$  قابلة للاشتقاق على المجال  $I$

ولدينا:  $\forall x \in I \quad (\ln[u(x)])' = \frac{u'(x)}{u(x)}$

إشارة  $\ln$ : ↘

$x$	0	1	$+\infty$
$\ln x$		-	+



التمثيل المينائي: ↘

الدالة اللوغاريتم للأساس  $a$  حيث:  $a \in \mathbb{R}_+^* - \{1\}$

تعريف: ↘

الدالة اللوغاريتم للأساس  $a$  هي الدالة التي يرمز لها بالرمز:  $\log_a$

حيث:  $\forall x \in ]0; +\infty[ \quad \log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$

حالة خاصة: الدالة  $\log_{10}$  تسمى دالة اللوغاريتم العشري و يرمز لها كذلك بالرمز:  $\log$

استنتاجات و خاصيات: ↘

$\forall x \in ]0; +\infty[ \quad \forall y \in ]0; +\infty[$	$\log_a 1 = 0$
$\log_a xy = \log_a x + \log_a y$	$\log_a a = 1$
$(r \in \mathbb{Q}) \log_a x^r = r \log_a x$	
$\log_a \frac{1}{x} = -\log_a x$	$\forall x \in ]0; +\infty[ \quad \forall r \in \mathbb{Q}$
$\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$	$\log_a x = r \Leftrightarrow x = a^r$

نهيات و متراجحات: ↘

$0 < a < 1$	$a > 1$
$\log_a x > \log_a y \Leftrightarrow x < y$	$\log_a x > \log_a y \Leftrightarrow x > y$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_a x = -\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_a x = +\infty$
$\lim_{x \rightarrow 0^+} \log_a x = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow 0^+} \log_a x = -\infty$

المشتقة: ↘

$$\forall x \in ]0; +\infty[ \quad (\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$