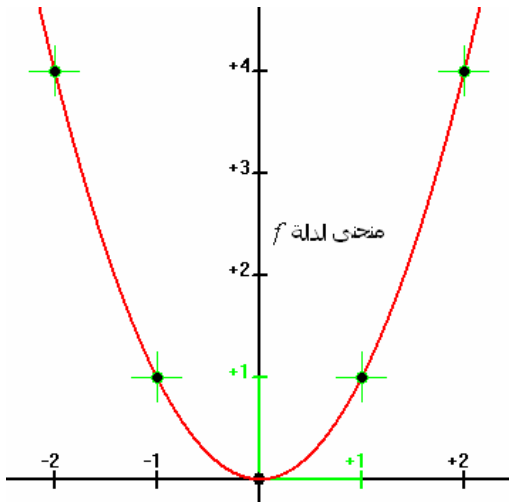


I- صورة مجال بدالة متصلة :



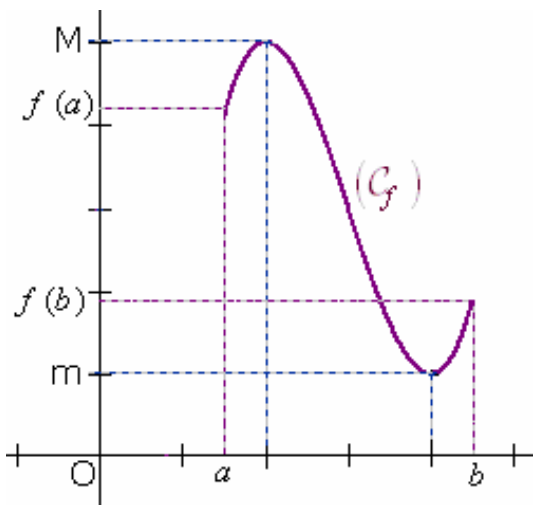
1 - مثال : نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة بما يلي :  $f(x) = x^2$   
حدد مبيانيا ما يلي :

$f([1,2])$  ✓

$f([-1,1])$  ✓

$f([-2,0])$  ✓

2 - خاصيات :



✓ صورة قطعة بدالة متصلة هي أيضا قطعة .  $(C_f)$

✓ صورة مجال من  $\mathbb{R}$  بدالة متصلة هي أيضا مجال من  $\mathbb{R}$  .

✓  $f([a,b]) = [m, M]$  .

$M = \text{Max}_{x \in [a,b]} f(x)$  و  $m = \text{Min}_{x \in [a,b]} f(x)$

**ملاحظة :** يمكن تحديد صورة مجال بدالة متصلة ورتبية  
قطعا على مجال من  $\mathbb{R}$  كما يلي :

الشكل	رتابة الدالة $f$	المجال $I$	المجال $f(I)$
	$f$ تزايدية قطعا على المجال $I$	$[a, b]$	$[f(a), f(b)]$
		$[a, b[$	$[f(a), \lim_{x \rightarrow b^-} f(x)[$
		$]a, b]$	$] \lim_{x \rightarrow a^+} f(x), f(b)$
		$[a, +\infty[$	$[f(a), \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)[$
	$f$ تناقصية قطعا على المجال $I$	$[a, b]$	$[f(b), f(a)]$
		$[a, b[$	$] \lim_{x \rightarrow b^-} f(x), f(a)$
		$]a, b]$	$[f(b), \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)[$
		$[a, +\infty[$	$] \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x), f(a)$
		$]a, +\infty[$	$] \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)[$

**مثال :** نعتبر الدالة العددية المعرفة بما يلي :  $f(x) = \frac{x-3}{x-2}$

1. بين أن  $f$  تزايدية قطعاً على كل من المجالين التاليين :  $]2, +\infty[$  و  $]-\infty, 2[$ .
2. استنتج صور كل من المجالات التالية بالدالة  $f$  :  $]2, +\infty[$  و  $]3, +\infty[$  و  $[3, 4]$ .

## II- الدالة العكسية لدالة متصلة ورتبة قطعاً على مجال من $\mathbb{R}$ :

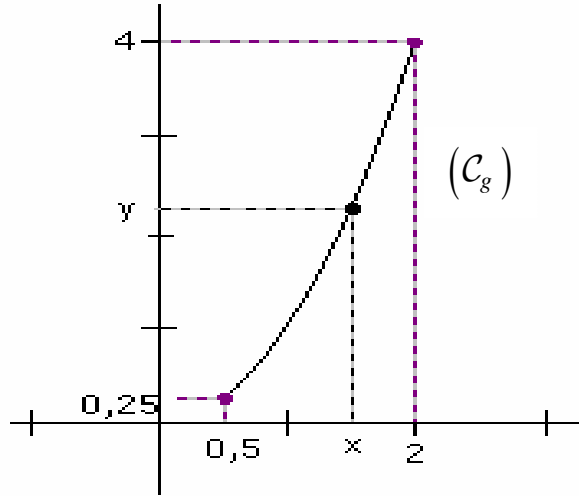
### 1. تعريف التقابل :

**مثال 1 :**

نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على المجال  $[0,5;2]$  بما يلي :  $g(x) = x^2$ .

$y$	0,25	1	2	3	4
سوابق $y$					

- 1 - حدد مبيانياً  $g([0,5;2])$ .
- 2 - أتمم الجدول التالي :



**ملحوظة :** نسمي سواي،  $y$ ، بالدالة  $g$ ، كل عنصر  $x$  من المجال  $[0,5;2]$  بحيث :  $y = g(x)$ .

**استنتاج :** من خلال المنحنى  $(C_g)$ ؛ نلاحظ أن كل عنصر  $y$  من المجال  $[0,25;4]$ ؛ يقبل سابقاً وحيداً  $x$ ،

بالدالة  $g$ ، في المجال  $[0,5;2]$ . لهذا نقول إن  $g$  **تقابل** من المجال  $[0,5;2]$  نحو المجال  $[0,25;4]$ .

**مثال 2 :** نعتبر الدالة العددية  $h$  المعرفة على المجال  $[-1,2]$  بما يلي :  $h(x) = x^2$ .

$y$	0	0,25	1	3	4
سوابق $y$					

- 1- حدد  $h([-1,2])$ .
- 2- املأ الجدول التالي :
- 3- ما ذا تستنتج ؟

**تعريف :** لتكن  $A$  و  $B$  مجموعتين غير فارغتين ؛ ولتكن  $f$  دالة معرفة من  $A$  نحو  $B$ . نقول إن  $f$  **تقابل** من  $A$  نحو  $B$  ؛ إذا كان لكل عنصر  $y$  من  $B$  ؛ سابقاً وحيداً  $x$  في  $A$  بالدالة  $f$

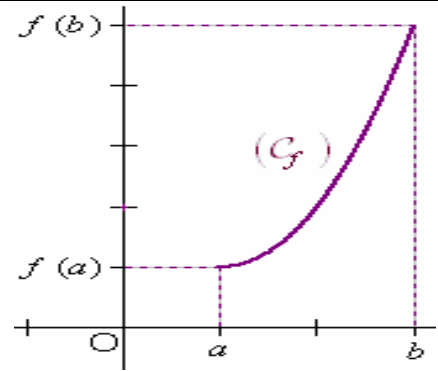
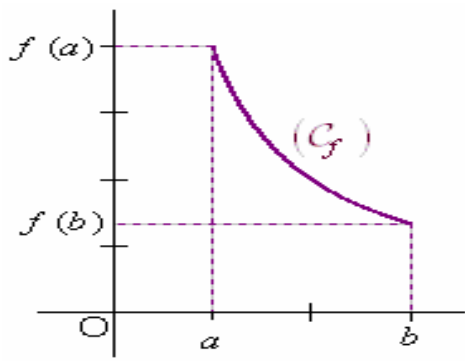
$$\forall y \in B; \exists! x \in A / y = f(x) \quad \text{أي :}$$

$$(a < b)$$

### 2. خاصة :

لتكن  $f$  دالة عددية وليكن  $I$  و  $J$  مجالين غير فارغين من  $\mathbb{R}$  بحيث :  $I \subset D_f$ .

إذا كانت  $f$  **متصلة ورتبة قطعاً** على المجال  $I$  ؛  
فإنها تكون تقابلاً من  $I$  نحو المجال  $J$  بحيث :  $J = f(I)$ .



**مثال:** الدالة الواردة في المثال 1، من II-1 ( $f(x) = x^2$ )، تقابل من المجال  $[0, 5; 2]$  نحو المجال  $[0, 25; 4]$ .

### 3. التقابل العكسي:

**مثال 1:** لتكن  $f$  دالة معرفة على المجال  $I = [1, 2]$  بما يلي :

$$f(x) = x^2 - 2x + 3$$

- 1- بين أن  $f$  تقابل من المجال  $I$  نحو مجال  $J$  ينبغي تحديده .
- 2- ليكن  $y \in J$  وليكن  $x \in I$  السابق الوحيد ل  $y$  بالدالة  $f$  . أكتب  $x$  بدلالة  $y$  ؟

**الجواب:** 1- ليكن  $x \in I$  . لدينا :  $f'(x) = (x^2 - 2x + 3)' = 2x - 2 = 2(x - 1)$  . ومنه فإن :

$$x \in ]1, 2] \Rightarrow 1 < x \leq 2 \Rightarrow x - 1 > 0 \Rightarrow f'(x) > 0$$

إذن  $f' > 0$  على المجال  $I$  باستثناء العدد 1 حيث  $f'(1) = 0$  . ومنه نستنتج أن دالة  $f$

تزايدية قطعاً على المجال  $I$  . وبما أن  $f$  متصلة على المجال  $I$  ، فإن :

$$f \text{ تقابل من المجال } I \text{ نحو المجال } J = f(I) = f([1, 2]) = [f(1), f(2)] = [2, 3]$$

2- ليكن  $y \in J$  وليكن  $x \in I$  السابق الوحيد ل  $y$  بالدالة  $f$  لدينا :

$$y = f(x) \Leftrightarrow y = x^2 - 2x + 3$$

$$\Leftrightarrow y = (x - 1)^2 + 2$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)^2 = y - 2$$

$$\Leftrightarrow x - 1 = \sqrt{y - 2} \quad \text{أو} \quad x - 1 = -\sqrt{y - 2}$$

$$\Leftrightarrow x - 1 = \sqrt{y - 2} \quad (\text{لأن : } x \geq 1 \Rightarrow x - 1 \geq 0)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x = 1 + \sqrt{y - 2}}$$

الدالة المعرفة من المجال  $J = [2, 3]$  نحو المجال  $I = [1, 2]$  والتي تربط كل عنصر  $t$  من

المجال  $J$  بالعدد الحقيقي  $1 + \sqrt{t - 2}$  ، تسمى التقابل العكسي للدالة  $f$  ؛ ونرمز له

$$f^{-1} : J = [2, 3] \rightarrow I = [1, 2]$$

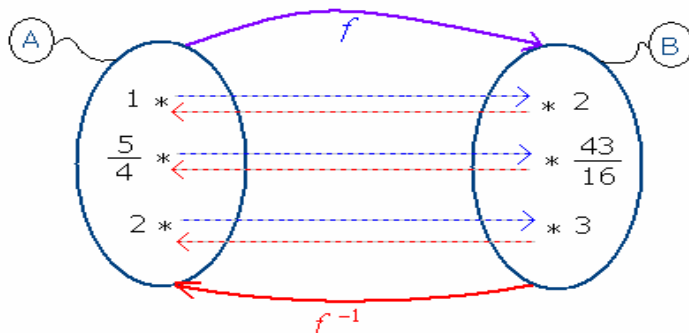
بالرمز  $f^{-1}$  ؛ ونكتب :

$$x \mapsto f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{x - 2}$$

**مثال:** املأ الجدولين التاليين :

$x$	2	$\frac{43}{16}$	3
$f^{-1}(x)$			

$x$	1	$\frac{5}{4}$	2
$f(x)$			



**تعريف :** لتكن  $f$  دالة متصلة ورتبية قطعاً على مجال غير فارغ  $I$  ؛ ضمن  $D_f$  ؛ نعلم أن  $f$  تقابل من المجال  $I$  نحو المجال  $J = f(I)$  .

الدالة المعرفة من المجال  $J$  نحو المجال  $I$  والتي تربط كل عنصر  $x$  من  $J$  بالعنصر  $y$  من  $I$  بحيث :  $x = f(y)$  ؛ تسمى التقابل العكسي للدالة  $f$  ؛ ويرمز لها بالرمز  $f^{-1}$  .

### قاعدة التحويل :

ليكن  $f$  تقابلاً من مجال  $I$  نحو مجال  $J$  ؛ وليكن  $x$  عنصراً من  $J$  و  $y$  عنصراً من  $I$  . لدينا :

$$y = f^{-1}(x) \Leftrightarrow x = f(y)$$

**استنتاج :** ليكن  $f$  تقابلاً من مجال  $I$  نحو  $J = f(I)$  . لدينا :

✓ لكل عنصر  $x$  من  $I$  :  $f^{-1}(f(x)) = x$

✓ لكل عنصر  $x$  من  $J$  :  $f(f^{-1}(x)) = x$

**مثال 2 :** لتكن  $g$  الدالة المعرفة على المجال  $I = [3,4]$  بما يلي :

$$g(x) = \frac{x}{x-2}$$

1- بين أن  $g$  تقابل من المجال  $I$  نحو مجال  $J$  ينبغي تحديده .

2- حدد التقابل العكسي  $g^{-1}$  .

3- أنشئ  $(C_g)$  و  $(C_{g^{-1}})$  في نفس المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  .

**طريقة 1 :** إعادة للطريقة المستعملة في المثال 1 .

**طريقة 2 :** استعمال قاعدة التحويل . ليكن  $x \in J = [2,3]$  و  $y \in I = [3,4]$  بحيث :  $y = g^{-1}(x)$  . لدينا :

$$y = g^{-1}(x) \Leftrightarrow x = g(y)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{y}{y-2}$$

$$\Leftrightarrow x(y-2) = y$$

$$\Leftrightarrow xy - 2x = y$$

$$\Leftrightarrow y(x-1) = 2x$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{2x}{x-1}$$

( لأن :  $x \in [2,3] \Rightarrow x \neq 1$  )

$$g^{-1} : J = [2,3] \rightarrow I = [3,4]$$

وبالتالي فإن :

$$x \mapsto g^{-1}(x) = \frac{2x}{x-1}$$

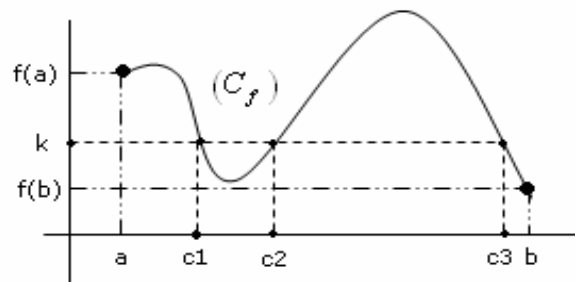
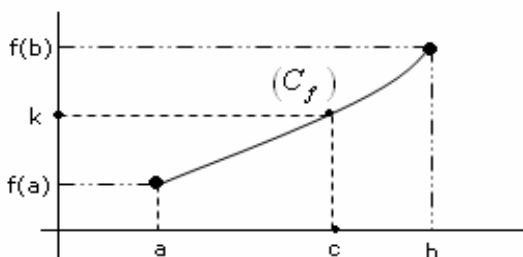
**خاصية :** إذا كانت  $f$  متصلة ورتبية قطعاً على مجال غير فارغ  $I$  ؛ فإن  $(I \subset D_f)$  ؛ فإن :

✓  $f$  تقابل من المجال  $I$  نحو المجال  $J = f(I)$  .

✓  $f^{-1}$  متصلة على المجال  $J = f(I)$  ؛ ولها نفس رتبة الدالة  $f$  .

✓  $(C_f)$  و  $(C_{f^{-1}})$  متماثلان بالنسبة للمنصف الأول لمعلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  .

### III- مبرهنة القيم الوسطية :



## 1 - مبرهنة :

إذا كانت  $f$  دالة متصلة على مجال  $[a, b]$  ؛ فإن لكل عدد حقيقي  $k$  محصور بين  $f(a)$  و  $f(b)$ ، يوجد على الأقل عدد حقيقي  $c$  من المجال  $[a, b]$  بحيث:  $f(c) = k$ .

### مثال :

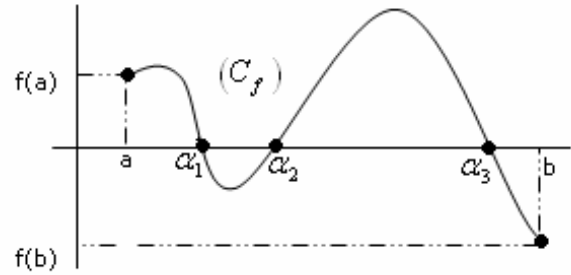
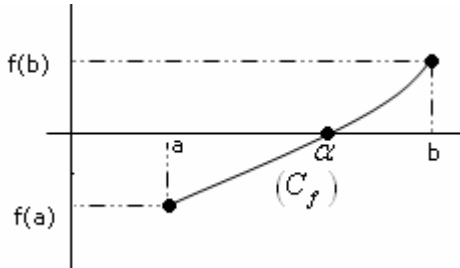
$$f(x) = \frac{2x-2}{\sqrt{x^2-4x+5}}$$

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة بما يلي :

1- أحسب  $f(2)$  و  $f(3)$  .

2- استنتج أن المعادلة :  $f(x) = 1 + \sqrt{2}$  تقبل على الأقل حلا في المجال  $[2, 3]$  .

### 2- استنتاج :



إذا كانت  $f$  متصلة على مجال  $[a, b]$  وكان  $f(a) \times f(b) < 0$  فإن 0 محصور بين  $f(a)$  و  $f(b)$  . ومنه حسب مبرهنة القيم الوسطية، يوجد على الأقل عدد حقيقي  $\alpha$  من المجال  $]a, b[$  بحيث :  $f(\alpha) = 0$  .

### نتيجة :

إذا كانت  $f$  متصلة على مجال  $[a, b]$  وكان  $f(a) \times f(b) < 0$  ؛

فإن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل على الأقل حلا في المجال  $]a, b[$  .

**مثال 2 :** نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة بما يلي :

$$f(x) = \frac{1}{x^2} - 2\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}$$

بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل على الأقل حلا في المجال  $[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}]$  .

### ملاحظة هامة :

إذا كانت  $f$  متصلة ورتبية قطاعا على مجال  $[a, b]$  وكان  $f(a) \times f(b) < 0$  ؛ فإن

المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل **حلا وحيدا** في المجال  $]a, b[$  .

**مثال 3 :** نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة بما يلي :

$$f(x) = x^3 - 2$$

بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا في المجال  $[1, 2]$  .

### IV- تطبيقات :

A- دالة الجذر من الرتبة  $n$  . ( $n \geq 1$ ) :

**مثال تمهيدي :** ليكن  $a$  من  $\mathbb{R}^+$  .

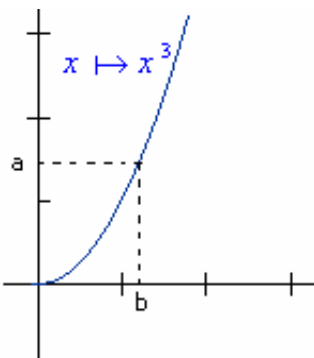
نلاحظ أن لكل  $a$  من  $\mathbb{R}^+$  ؛ يوجد عنصر وحيد  $b$  من  $\mathbb{R}^+$  بحيث :  $b^3 = a$  .  
العدد الحقيقي الموجب  $b$  يسمى الجذر من الرتبة 3 للعدد  $a$  ويرمز له بالرمز

$$b = \sqrt[3]{a} \text{ . أي : } \forall a \in \mathbb{R}^+, \forall b \in \mathbb{R}^+, b^3 = a \Leftrightarrow b = \sqrt[3]{a}$$

**سؤال :** حدد الجذور التالية :  $\sqrt[3]{8}$  و  $\sqrt[3]{27}$  و  $\sqrt[3]{64}$  و  $\sqrt[3]{125}$  .

✓ الدالة  $x \mapsto x^3$  متصلة وتزايدية قطاعا على  $\mathbb{R}^+$  . إذن فهي تقابل

من  $\mathbb{R}^+$  نحو  $\mathbb{R}^+$  . تقابلها العكسي هو الدالة المعرفة بما يلي :



$$\sqrt[n]{\phantom{x}} : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$$

$$x \mapsto \sqrt[n]{x}$$

1. الحالة العامة : ليكن  $n \geq 1$  .

✓ ليكن  $a \in \mathbb{R}^+$  . يوجد عنصر وحيد  $b$  من  $\mathbb{R}^+$  بحيث :  $b^n = a$  . العدد الحقيقي الموجب  $b$  ، يسمى الجذر من الرتبة  $n$  للعدد  $a$  ويرمز له بالرمز  $\sqrt[n]{a}$  ونكتب :  $b = \sqrt[n]{a}$  . ولدينا :

$$\boxed{\forall a \in \mathbb{R}^+, \forall b \in \mathbb{R}^+, b^n = a \Leftrightarrow b = \sqrt[n]{a}} \quad \checkmark \text{ قاعدة التحويل :}$$

✓ الدالة  $x \mapsto x^n$  متصلة ورتبية قطعاً على المجال  $\mathbb{R}^+$  ؛ إذن فهي تقابل من  $\mathbb{R}^+$  نحو  $\mathbb{R}^+$  .

$$\sqrt[n]{\phantom{x}} : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$$

$$x \mapsto \sqrt[n]{x}$$

تقابلها العكسي هو الدالة :

مثال : بسط الجذور التالية :  $\sqrt[4]{16}$  و  $\sqrt[6]{64}$  و  $\sqrt[3]{512}$  .

2. خاصيات أولية :  
i - لكل  $a$  من  $\mathbb{R}^+$  ؛ لدينا :  $(\sqrt[n]{a})^n = a$  .

ii - لكل  $a$  من  $\mathbb{R}^+$  ؛ لدينا :  $\sqrt[n]{a^n} = a$  .

iii - الدالة  $\sqrt[n]{\phantom{x}}$  متصلة وتزايدية قطعاً على  $\mathbb{R}^+$  .

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{x} = +\infty \quad \text{iv -}$$

3. نتائج : ليكن  $n$  من  $\mathbb{N}^*$  . لدينا :

✓ لكل  $a$  من  $\mathbb{R}^+$  ولكل  $b$  من  $\mathbb{R}^+$  ؛ لدينا :

✓ لكل  $a$  من  $\mathbb{R}^+$  ولكل  $b$  من  $\mathbb{R}^+$  ؛ لدينا :

تمرين تطبيقي : حل في  $\mathbb{R}$  المعادلات التالية :

$$x^6 = 2 \quad \text{iii} \quad . \quad x^5 = 32 \quad \text{i}$$

$$x^8 = -1 \quad \text{iv} \quad . \quad x^3 = -125 \quad \text{ii}$$

4. العمليات على الجذور من الرتبة  $n$  :

ليكن  $n$  و  $p$  من  $\mathbb{N}^*$  ؛ وليكن  $a$  و  $b$  من  $\mathbb{R}^+$  . لدينا :

$$\boxed{\begin{array}{ll} (\sqrt[n]{a})^p = \sqrt[n]{a^p} & \text{iv} \quad . \quad \sqrt[n]{\sqrt[p]{a}} = \sqrt[n \cdot p]{a} & \text{i} \\ (b \neq 0) : \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} & \text{v} \quad . \quad \sqrt[n]{a^p} = \sqrt[n]{a} & \text{ii} \\ & . \quad \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab} & \text{iii} \end{array}}$$

تمرين تطبيقي : ليكن  $a$  من  $\mathbb{R}^+$  ؛ وليكن  $m$  و  $n$  من  $\mathbb{N}^*$  . بين أن :

$$\boxed{\sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[n]{a} = \sqrt[mn]{a^{m+n}}}$$

$$\text{مثال : بسط العدد التالي : } A = \frac{\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt{8} \left( \sqrt[5]{\sqrt{2}} \right)^2}{\sqrt[3]{4}}$$

5. إتصال ونهاية مركبة دالة  $f$  ودالة الجذر من الرتبة  $n$  :  
خاصيات :

لتكن  $f$  دالة معرفة على مجال مفتوح ( غير فارغ )  $I$  ؛ وليكن  $x_0$  عنصراً من  $I$  ؛ وليكن  $n \in \mathbb{N}^*$  .

✓ إذا كانت  $f$  متصلة وموجبة على  $I$  ، فإن  $\sqrt[n]{f}$  تكون متصلة على  $I$  .

✓ إذا كانت  $f$  موجبة على  $I$  ، وكان  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$  (  $l \in \mathbb{R}$  ) ؛ فإن :  $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{l}$  .

✓ إذا كانت  $f$  موجبة على  $I$  ، وكان  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$  ؛ فإن :  $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt[n]{f(x)} = +\infty$  .

مثال 1 : لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة كالآتي :

$$f(x) = \sqrt[5]{x^2 - 4}$$

a. حدد  $D_f$  ، حيز تعريف الدالة  $f$  .

- b. بين أن  $f$  متصلة في كل نقطة من حيز تعريفها .  
 c. أحسب نهايتي  $f$  عند  $+\infty$  و  $-\infty$  .

**مثال 2 :** أحسب النهايتين التاليتين :  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{2}}{x-2}$  و  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{2}}{x-2}$  .

6. القوة الجذرية لعدد حقيقي موجب قطعاً :

i. **تعريف :** ليكن  $a > 0$  ، وليكن  $r$  من  $\mathbb{Q}^*$  :  $\left( r = \frac{p}{q} \mid p \in \mathbb{Z}; q \in \mathbb{N}^* \right)$  .

- ✓ نرمز بالرمز  $a^r$  للعدد الحقيقي  $\sqrt[q]{a^p}$  ، يسمى **القوة الجذرية** ذات الأساس  $r$  للعدد الحقيقي  $a$  .
- ✓ إذا كان  $r = 0$  ، فإن  $a^r = 1$  .

**ملاحظات :**

- ✓  $0^0$  لا معنى له .  $0^{\frac{5}{3}}$  لا معنى له .
- ✓ ليكن  $p$  من  $\mathbb{Z}$  و  $q \in \mathbb{N}^*$  . العدد الحقيقي الموجب قطعاً  $\sqrt[q]{a^p}$  ، يكتب على الشكل  $a^{\frac{p}{q}}$  :

$$\sqrt[q]{a^p} = a^{\frac{p}{q}}$$

- ✓ ليكن  $r$  من  $\mathbb{Q} - \mathbb{Z}$  . (مثلاً :  $r = \frac{1}{7}$ ) .

- يكون العدد  $f^r(x)$  معرفاً إذا وفقط إذا كان  $f(x) \in \mathbb{R}$  و  $f(x) > 0$  .
  - **مثلاً :** يكون العدد  $f^{\frac{1}{7}}(x)$  معرفاً إذا وفقط إذا كان  $f(x) \in \mathbb{R}$  و  $f(x) > 0$  .
- ii. **خصائص :** ليكن  $a$  و  $b$  من  $\mathbb{R}^{+*}$  وليكن  $r$  و  $r'$  من  $\mathbb{Q}$  . لدينا :

$(a^r)^{r'} = a^{rr'}$ :iv	$a^r \cdot a^{r'} = a^{r+r'}$ :i
$a^r b^r = (ab)^r$ :v	$\frac{1}{a^r} = a^{-r}$ :ii
$\frac{a^r}{b^r} = \left(\frac{a}{b}\right)^r$ :vi	$\frac{a^r}{a^{r'}} = a^{r-r'}$ :iii

**مثال :** أحسب باستعمال هذه الخصائص العدد :  $A = \frac{\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt{8} \left( \sqrt[5]{\sqrt{2}} \right)^2}{\sqrt[3]{4}}$  .

**تمرين تطبيقي :** حدد مجموعة تعريف كل من الدوال التالية :

$$f(x) = (x-5)^{\frac{2}{3}} :c \quad . \quad f(x) = (\sqrt[3]{x-5})^2 :b \quad . \quad f(x) = \sqrt[3]{(x-5)^2} :a$$

**سؤال :** بسط العدد التالي :  $B = \sqrt[4]{(\sqrt{7}-5)^4}$  .

**B- دالة قوس الظل Arctan :**

$$f : \left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[ \rightarrow \mathbb{R}$$

$x \mapsto \tan(x)$

$f(I) = \mathbb{R}$  المجال  $I$  نحو المجال  $\mathbb{R}$  . إذن :  $f$  تقابل من  $I$  نحو المجال  $\mathbb{R}$  .  $I = \left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan(x) = -\infty \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan(x) = +\infty$$

## 1. خاصية وتعريف :

لدالة  $\tan(x) \mapsto x$  تقابل من المجال  $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$  نحو  $\mathbb{R}$  .

تقابلها العكسي ، يسمى **دالة قوس الظل** ويرمز له بالرمز

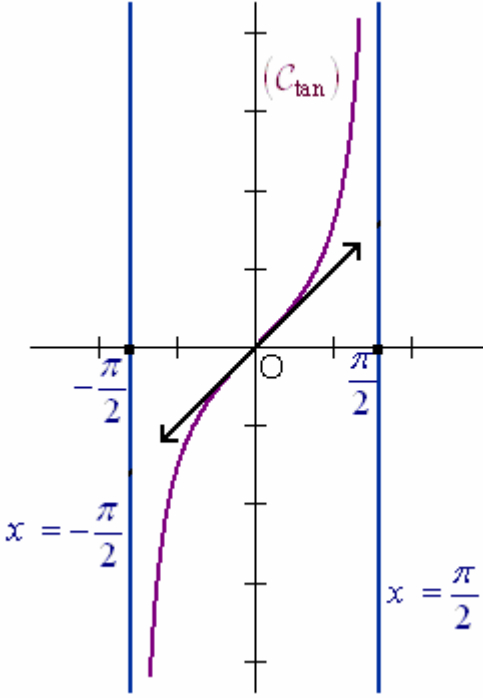
$$\text{Arc tan} : \mathbb{R} \rightarrow \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$$

$$x \mapsto \text{Arc tan}(x)$$

## 2. قاعدة التحويل :

$$\text{لكل } x \text{ من } \mathbb{R} \text{ ، ولكل } y \text{ من } \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[ \text{ ، لدينا :}$$

$$y = \text{Arc tan}(x) \Leftrightarrow x = \tan(y)$$



**مثال 1 :** أحسب ما يلي :  $\text{Arc tan}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$  و  $\text{Arc tan}(\sqrt{3})$

**مثال 2 :** أحسب  $\tan\left(\frac{17\pi}{4}\right)$  ؛ ثم استنتج  $\text{Arc tan}(1)$  .

## 3. نتائج :

a. لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  ؛ لدينا :

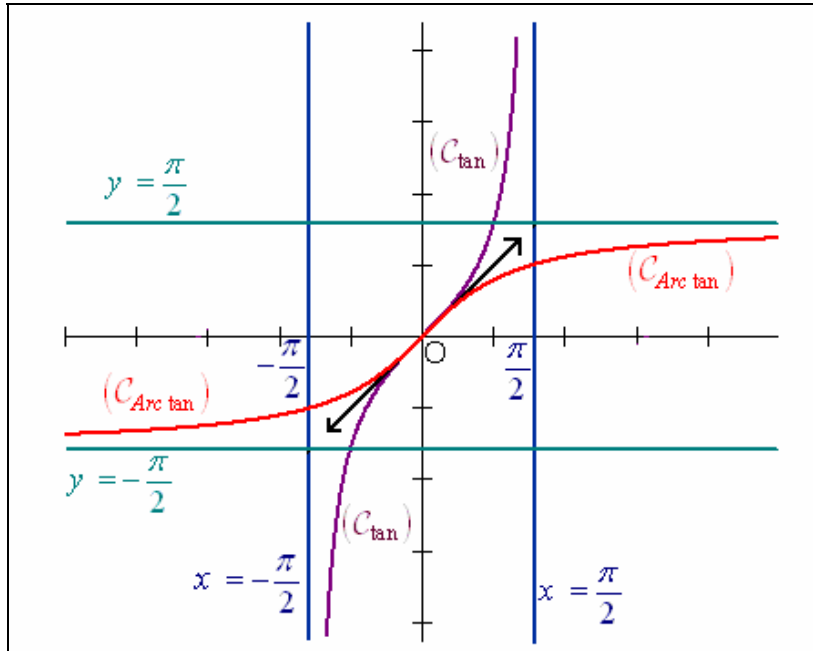
$$\boxed{\tan(\text{Arc tan}(x)) = x}$$

b. لكل  $x$  من  $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$  ؛ لدينا :

$$\boxed{\text{Arc tan}(\tan(x)) = x}$$

c. الدالة  $\text{Arc tan}$  متصلة وتزايدية قطعاً على  $\mathbb{R}$  .

d.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \text{Arc tan}(x) = -\frac{\pi}{2}$  ؛  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \text{Arc tan}(x) = \frac{\pi}{2}$  .



**مثال :** أحسب ما يلي :  $\text{Arc tan}\left(\tan\left(\frac{2006\pi}{3}\right)\right)$  ؛  $A = \text{Arc tan}\left(\tan\left(\frac{\pi}{5}\right)\right)$

$$\boxed{\forall x \in \mathbb{R} : \text{Arc tan}(-x) = -\text{Arc tan}(x)}$$

**4. خاصية :** الدالة  $\text{Arc tan}$  دالة فردية :