النهايــــات والاتصـــال

1 - النهايات والترتيب:

f و g و h دوال معرفة على مجال مفتوح مركزه x_0 :

❖ **إذا كانت:**

$$\begin{cases} |f(x)-l| \le u(x) \\ \text{و} \\ \lim_{x\to x_0} u(x) = 0 \end{cases} \quad \text{فإن} \quad \lim_{x\to x_0} f(x) = l$$

❖ **إذا كانــت :**

$$\begin{cases} g(x) \le f(x) \le h(x) \\ \lim_{x\to x_0} g(x) = \lim_{x\to x_0} h(x) = l \end{cases} \quad \text{فإن} \quad \lim_{x\to x_0} f(x) = l$$

مركبة دالتين :

- إذا كانت f متصلة في x_0 و g متصلة في $f(x_0)$ فإن gof متصلة في x_0.
- إذا كانت f متصلة على مجال I و g متصلة على مجال J و $f(I) \subset J$ فإن gof تكون متصلة على I .
- إذا كان $Xo \notin I$ (I مجال مفتوح منقط مركزه x_0).

و إذا كان $\lim_{x\to x_0} f(x) = l$ و g متصلة في l فإن $\lim_{x\to x_0} g(f(x)) = g(l)$

❖ **صورة مجال بدالة متصلة :** خ1: صورة قطعة بدالة متصلة هي قطعة.

خ2: صورة مجال بدالة متصلة هي مجال.

❖ **مبرهنة القيم الوسطية** (T.V.I):

إذا كانت f متصلة على $I=[a,b]$، فإن لكل عدد β محصور بين f(a) و f(b) يوجد على الاقل α من $[a,b]$ بحيث $f(\alpha) = \beta$.

نتيجـــــة:

إذا كانت f متصلة على $[a,b]$ و كان $f(a).f(b)<0$ فإن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا على الأقل في $[a,b]$

الدالة العكسيـــــة:

إذا كانت f متصلة ورتيبة قطعا على مجال I فإنها تكون تقابلا من I نحو المجال J= f(I) و هي تقبل إذا دالة عكسية f^{-1} معرفة كالتالي :

$$\begin{cases} x \in J \\ y = f^{-1}(x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \in I \\ x = f(y) \end{cases}$$

الدالة f^{-1} متصلة على J = f(I)

الدالتان f و f^{-1} لهما نفس منحى التغيرات.

(C_f و $C_{f^{-1}}$) متماثلان بالنسبة للمنصف الاول للمعلم في م.م.م.

$(\forall x \in I) : f^{-1}(f(x)) = x$

و

$(\forall x \in J) : f(f^{-1}(x)) = x$

<u>كيف أحدد المجال J = f(I) :</u>

❖ **<u>إذا كانت f متصلة وتزايدية قطعا على مجال I :</u>**

* $I = [a,b]$ إذن $J = [f(a), f(b)]$

* $I =]a,b]$ إذن $J = \left]\lim\limits_{\substack{x\to a\\ x>a}} f(x), f(b)\right]$

* $I =]a,+\infty[$ إذن $J = \left]\lim\limits_{\substack{x\to a\\ >}} f(x), \lim\limits_{+\infty} f(x)\right[$

❖ **<u>إذا كانت f متصلة و تناقصية قطعا على مجال I :</u>**

* $I = [a,b]$ إذن $J = [f(b), f(a)]$

* $I =]a,b]$ إذن $J = \left[f(b), \lim\limits_{\substack{x\to a\\ >}} f(x)\right[$

* $I =]a,+\infty[$ إذن $J = \left]\lim\limits_{x\to+\infty} f(x), \lim\limits_{\substack{x\to a\\ >}} f(x)\right[$