1.اتصال دالة عددية

لتكن f دالة يحتوي حيز تعريفها على مجال مفتوح مركزه x_0
نقول إن f متصلة في x_0 إذا وفقط إذا كان $\lim_{x\to x_0} f(x)=f(x_0)$

تمرين : f دالة عددية معرفة بما يلي : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+3}-2}{x-1} \text{.....} x\neq 1 \\ f(1)=\dfrac{1}{2}\end{cases}$. ادرس اتصال f في 1 .

الاتصال على مجال :

. تكون دالة متصلة على مجال $]a,b[$ إذا وفقط إذا كانت متصلة في كل نقطة منه .

. تكون دالة متصلة على مجال $[a,b]$ إذا وفقط إذا كانت متصلة على $]a,b[$ ومتصلة على اليمين في a ومتصلة على اليسار في b .

خاصيـــات :

.كل دالة حدودية متصلة على R .

.كل دالة جذرية متصلة في كل نقطة من مجموعة تعريفها .

. الدالتان $x\to\cos x$ و $x\to sinx$ متصلتان على R .

. الدالة $x\to\tan x$ متصلة في كل نقطة من مجموعة تعريفها .

العمليات على الدوال المتصلة :

* إذا كانت f و g دالتين متصلتين في عدد x_0 فإن : $f+g$ و $f.g$ و $\alpha.f$ حيث λ عدد حقيقي دوال متصلة في x_0

* إذا كان $g(x_0)\neq 0$ فإن $\frac{1}{g}$ و $\frac{f}{g}$ دالتان متصلتان في x_0

* إذا كانت f متصلة و موجبة على مجال مفتوح مركزه x_0 فإن $\sqrt{f}$ دالة متصلة في x_0 .

2.اتصـــال مركبة دالتين :

لتكن f دالة معرفة على مجال I و g دالة متصلة على مجال J حيث : $f(I)\subset J$. ليكن x_0 عنصرا من I .
إذا كانت f متصلة في x_0 و g متصلة في $f(x_0)$ فإن الدالة $g\circ f$ تكون متصلة في x_0 .

مثال : الدالة f حيث : $f(x)=\cos\left(\frac{1}{x^2+1}\right)$ متصلة على R

خاصية :

لتكن f دالة عددية معرفة على مجال مفتوح مركزه x_0 و g دالة معرفة على مجال J بحيث $f(I)\subset J$.
إذا كان : $\lim_{x_0} f(x)=l$ و g متصلة في l فإن : $\lim_{x_0}(g\circ f)(x)=g(l)$

تمرين للتطبيق : احسب : $\lim_{x_0} sin\left(\frac{sinx}{x}\pi\right)$.

3.مبرهنة القيم الوسيطية :

إذا كانت f دالة متصلة على $[a,b]$ و λ عددا حقيقيا محصورا بين $f(a)$ و $f(b)$
فإنه يوجد على الأقل عدد c من $[a,b]$ حيث : $f(c)=\lambda$

إذا كانت f دالة متصلة على $[a,b]$ و $f(a).f(b)\prec 0$ فإن المعادلة $f(x)=0$ تقبل على الأقل حلا في $[a,b]$.

ملاحظة : إذا كانت الدالة متصلة ورتيبة قطعا فإن الحل يكون وحيدا

تمرين للتطبيق : لتكن f دالة عددية متصلة على $[0,1]$ و معرفة من $[0,1]$ نحو $[0,1]$. بين أن : $\exists c\in[0,1] \quad / \quad f(c)=c$

4.الدالة العكسية لدالة متصلة ورتيبة قطعا :

إذا كانت f دالة متصلة ورتيبة قطعا على مجال I فإنا تكون تقبل دالة عكسية من I نحو $f(I)$ ولدينا التكافؤ التالي : $\begin{cases} y=f(x) \\ x\in I\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=f^{-1}(y) \\ y\in J\end{cases}$

خاصية : إذا كانت f دالة متصلة ورتيبة قطعا على I فإن

1. تقابلها العكسي f^{-1} متصلة على $f(I)$ ولها نفس تغيرات f 2. منحنيا f و f^{-1} متماثلان في م م م بالنسبة للمنصف الأول

تمرين : لتكن الدالة المعرفة بما يلي : $f(x)=x+\sqrt{x+2}$. بين أن تقابل من $[-2,+\infty[$ نحو مجال J يتم تحديده ثم احسب $f^{-1}(x)$ لكل من J .

wadiiifi@hotmail.com