دراسة وتمثيل الدوال العددية

I ـ الفروع اللانهائية :

1) تعريف :

ليكن (C) منحنى دالة عددية في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

إذا آلت إحدى إحداثيات نقطة من (C) إلى اللانهاية ($+\infty$ أو $-\infty$) فإننا نقول إن (C) تقبل فرعا لا نهائيا .

ملاحظة :

إذا كان D_f (مجموعة تعريف الدالة f) أو $f(D_f)$ تحتوي مجال من نوع $[a;+\infty[$ أو $]-\infty;a]$ فإننا نقول إن (C) تقبل فرعا لا نهائيا .

2) المستقيمات المقاربة :

1. المقارب الموازي لمحور الأراتيب :

تعريف :

إذا كان : $\lim\limits_{x \overset{>}{\longrightarrow} a} f(x) = +\infty$ أو $\lim\limits_{x \overset{<}{\longrightarrow} a} f(x) = +\infty$ أو $\lim\limits_{x \overset{>}{\longrightarrow} a} f(x) = -\infty$ أو $\lim\limits_{x \overset{<}{\longrightarrow} a} f(x) = -\infty$ فإننا نقول إن المستقيم ذو المعادلة $x = a$ مقاربا لمنحنى الدالة f .

هذا المقارب مواز لمحور الأراتيب .

أمثلة :

1 ـ نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x) = \dfrac{x^2+2x}{x-1}$.

لدينا : $\lim\limits_{x \overset{>}{\longrightarrow} 1} f(x) = \lim\limits_{x \overset{>}{\longrightarrow} 1} (x^2+2x) \times \lim\limits_{x \overset{>}{\longrightarrow}} \dfrac{1}{x-1} = 3 \times (+\infty) = +\infty$

و $\lim\limits_{x \overset{<}{\longrightarrow} 1} f(x) = \lim\limits_{x \overset{<}{\longrightarrow} 1} (x^2+2x) \times \lim\limits_{x \overset{<}{\longrightarrow}} \dfrac{1}{x-1} = 3 \times (-\infty) = -\infty$

إذن المستقيم ذو المعادلة : $x = 1$ مقارب لمنحنى الدالة f .

2 ـ نعتبر الدالة : $x \mapsto \tan x$ المعرفة على $\left]-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right[$.

لدينا : $\lim\limits_{x \overset{<}{\longrightarrow} \frac{\pi}{2}} \tan x = +\infty$ إذن المستقيم ذو المعادلة :

$x = \dfrac{\pi}{2}$ مقارب لمنحنى الدالة tan .

ولدينا : $\lim\limits_{x \overset{>}{\longrightarrow} -\frac{\pi}{2}} \tan x = -\infty$ إذن المستقيم ذو المعادلة :

$x = -\dfrac{\pi}{2}$ مقارب لمنحنى الدالة tan .(انظر الشكل)

2. المقارب الموازي لمحور الأفاصيل :

تعريف :

إذا كان : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = a$ أو $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = a$ فإننا نقول إن المستقيم ذو المعادلة $y = a$ مقاربا لمنحنى الدالة .

(هذا المستقيم مواز لمحور الأفاصيل) .

ملاحظة :

دراسة إشارة $f(x) - a$ تمكننا من معرفة وضع منحنى الدالة بالنسبة للمقارب .

إذا كان : $f(x) - a \geq 0$ فإن منحنى الدالة f يوجد فوق المقارب

إذا كان : $f(x) - a \leq 0$ فإن منحنى الدالة f يوجد تحت المقارب

أمثلة :

1 ـ نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x)=\dfrac{3x^2+2x}{x^2-3x+5}$

لدينا : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=3$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=3$ إذن المستقيم ذو المعادلة $y=3$ مقارب لمنحنى الدالة بجوار $+\infty$ و $-\infty$.

دراسة الوضع النسبي للمنحنى والمقارب : ندرس إشارة $f(x)-3$

لدينا : $f(x)-3=\dfrac{11x-15}{x^2-3x+5}$

مميز الحدودية : x^2-3x+5 هو $\Delta=-11\prec 0$ إذن $x^2-3x+5\succ 0$

إذن إشارة $f(x)-3$ هي إشارة $11x-15$.

إذا كان : $x\succ\dfrac{15}{11}$ فإن $11x-15\succ 0$ إذن $f(x)-3\succ 0$

وبالتالي فإن منحنى الدالة f يوجد فوق المقارب على المجال : $\left]\dfrac{15}{11};+\infty\right[$

إذا كان : $x\prec\dfrac{15}{11}$ فإن $11x-15\prec 0$ إذن $f(x)-3\prec 0$

وبالتالي فإن منحنى الدالة f يوجد تحت المقارب على المجال : $\left]-\infty;\dfrac{15}{11}\right[$

2 ـ نعتبر الدالة g المعرفة بما يلي : $g(x)=\dfrac{\sqrt{x}+2}{x^2+1}$

لدينا : $D_g=[0;+\infty[$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=0$ (تحقق من ذلك)

إذن المستقيم ذو المعادلة : $y=0$ مقارب لمنحنى الدالة g بجوار $+\infty$.

3. المقارب المائل :

تعريف :

لتكن f دالة عددية بحيث : $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=\pm\infty$.

إذا كان : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-(ax+b)\right)=0$ أو $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)-(ax+b)\right)=0$

فإن المستقيم ذو المعادلة : $y=ax+b$ ($a\neq 0$) يسمى مقاربا لمنحنى الدالة f .

ملاحظة :

دراسة إشارة : $f(x)-(ax+b)$ تمكننا من معرفة وضع المنحنى بالنسبة للمقارب .

- إذا كان $f(x)-(ax+b)\prec 0$ فإن المنحنى يوجد تحت المقارب
- إذا كان $f(x)-(ax+b)\succ 0$ فإن المنحنى يوجد فوق المقارب .

أمثلة :

1 ـ نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x)=2x+1-\dfrac{1}{x}$.

لدينا : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-(2x+1)=\lim\limits_{x\to+\infty}-\dfrac{1}{x}=0$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)-(2x+1)=\lim\limits_{x\to-\infty}-\dfrac{1}{x}=0$

إذن المستقيم ذو المعادلة : $y=2x+1$ مقارب لمنحنى الدالة f بجوار $+\infty$ و $-\infty$.

ادرس الوضع النسبي للمنحنى والمقارب :

2 ـ نعتبر الدالة g المعرفة بما يلي : $g(x)=\dfrac{x^2-3x+1}{x-1}$

بإنجاز القسمة الإقليدية ل x^2-3x+1 على $x-1$ نستنتج أن : $g(x)=x-2-\dfrac{1}{x-1}$

لدينا : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[g(x)-(x-2)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-\dfrac{1}{x-1}\right)=0$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[g(x)-(x-2)\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-\dfrac{1}{x-1}\right)=0$

إذن المستقيم ذو المعادلة $y=x-2$ مقارب لمنحنى الدالة g بجوار $+\infty$ و $-\infty$.

ملاحظة :

إذا أمكننا كتابة $f(x)$ على الشكل : $f(x)=ax+b+h(x)$ بحيث $a\neq 0$ و h دالة بحيث $\lim_{x\to\pm\infty} h(x)=0$ فإن منحنى الدالة f يقبل المستقيم ذو المعادلة $y=ax+b$ مقاربا .

في كثير من الأحيان يصعب كتابة $f(x)$ على الشكل : $f(x)=ax+b+h(x)$ بحيث $a\neq 0$ و h دالة بحيث $\lim_{x\to\pm\infty} h(x)=0$. الخاصية التالية تمكننا من تحديد معادلة المقارب المائل .

خاصية :

يكون المستقيم ذو المعادلة $y=ax+b$ ($a\neq 0$) مقاربا مائلا لمنحنى الدالة f إذا وفقط إذا كان :

$\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=a$ و $\lim_{x\to+\infty}(f(x)-ax)=b$.

أو : $\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=a$ و $\lim_{x\to-\infty}(f(x)-ax)=b$.

تطبيقات :

1 ـ نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x)=\frac{x^3-2x+4}{(x-2)^2}$.

حدد معادلة المقارب المائل لمنحنى الدالة f بجوار $+\infty$ و $-\infty$.

2 ـ نعتبر الدالة g المعرفة بما يلي : $g(x)=\sqrt{4x^2+3x-2}$

حدد معادلة المقارب المائل لمنحنى الدالة g بجوار $+\infty$ و $-\infty$.

4. الاتجاهات المقاربة :

- **إذا كان :** $\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=\pm\infty$ **و** $\lim_{x\to\pm\infty}\frac{f(x)}{x}=0$ **فإننا نقول :**

إن منحنى الدالة يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأفاصيل .
أو منحنى الدالة يقبل محور الأفاصيل اتجاها مقاربا .

مثال :

نعتبر الدالة f المعرفة على $[0;+\infty[$ ب $f(x)=\sqrt{x}$

لدينا : $\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x}=+\infty$ و $\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x}}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{\sqrt{x}}=0$

إذن منحنى الدالة f يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأفاصيل .

- **إذا كان :** $\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=\pm\infty$ **و** $\lim_{x\to\pm\infty}\frac{f(x)}{x}=\pm\infty$ **فإننا نقول :**

إن منحنى الدالة يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأراتيب .
أو منحنى الدالة يقبل محور الأراتيب اتجاها مقاربا .

مثال :

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x)=x^3$

لدينا : $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to+\infty}x^2=+\infty$ و $\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to-\infty}x^2=+\infty$

إذن : منحنى الدالة يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأراتيب بجوار $+\infty$ و $-\infty$.

- **إذا كان :** $\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=\pm\infty$ **و** $\lim_{x\to\pm\infty}\frac{f(x)}{x}=a\neq 0$

وكان : $\lim_{x\to\pm\infty}(f(x)-ax)=\pm\infty$ **فإننا نقول إن منحنى الدالة f يقبل فرعا شلجميا في اتجاه المستقيم ذو العادلة :** $y=ax$ **(أو المستقيم ذو المعادلة** $y=ax$ **اتجاه مقارب لمنحنى الدالة .**

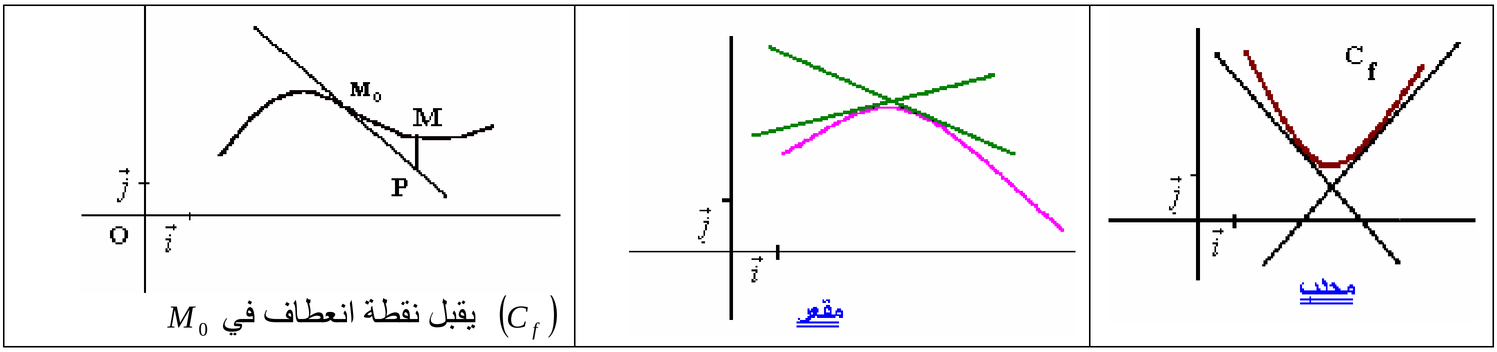
مثال : نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x)=x+\sqrt{x}$

II – تقعر منحنى دالة -- نقطة انعطاف منحنى :

1) تعاريف :

لتكن f دالة قابلة للاشتقاق على مجال I . و (C_f) منحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. نقول إن المنحنى (C_f) محدب إذا كان يوجد فوق جميع مماساته
2. نقول إن المنحنى (C_f) مقعر إذا كان يوجد تحت جميع مماساته
3. نقول إن النقطة $M_0(x_0;f(x_0))$ نقطة انعطاف للمنحنى (C_f) إذا كان المنحنى (C_f) يخترق مماسه في النقطة $M_0(x_0;f(x_0))$.



2) خاصيات :

لتكن f دالة قابلة للاشتقاق مرتين على مجال I .

1) إذا كانت f'' موجبة على I فان (C_f) يكون محدبا على I .

2) إذا كانت f'' سالبة على I فان (C_f) يكون مقعرا على I

3) إذا كانت f'' تنعدم في x_0 وتغير إشارتها فان (C_f) يقبل نقطة انعطاف هي النقطة $M_0(x_0;f(x_0))$.

3) تطبيقات :

1. نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x)=x^3-3x^2+x+1$ ادرس تقر منحنى الدالة f وحدد نقطة انعطافه .
2. نعتبر الدالة g المعرفة بما يلي : $g(x)=\dfrac{1-2x}{x^2-x-2}$. ادرس تقر (C_g) منحنى الدالة g وحدد نقط انعطافه .

III – عناصر تماثل منحنى :

1) مركز تماثل منحنى :

تعريف : ليكن (C_f) منحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، و $A(a;b)$ نقطة من المستوى .

نقول إن النقطة $A(a;b)$ مركز تماثل المنحنى (C_f) إذا تحقق الشرطان :

1. $(2a-x)\in D_f$ لكل x من D_f .
2. $f(2a-x)=2b-f(x)$ لكل x من D_f .

أمثلة :

1) نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x)=-x^3+3x^2$ ؛ بين أن النقطة $I(1;2)$ مركز تماثل (C_f) منحنى الدالة f .

2) نعتبر الدالة g المعرفة بما يلي : $g(x)=x+2+\dfrac{4}{x+3}$ ؛ بين أن النقطة $A(-3;-1)$ مركز تماثل (C_g) منحنى g .

3) نعتبر الدالة h المعرفة بما يلي : $h(x)=\dfrac{x^2-2}{x+1}$ ؛ بين أن النقطة $\Omega(-1;-2)$ مركز تماثل (C_h) منحنى الدالة h .

حالة خاصة : إذا كانت f دالة فردية فإن النقطة O أصل المعلم هي مركز تماثل المنحنى .

2) محور تماثل منحنى :

تعريف : ليكن (C_f) منحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

نقول إن المستقيم ذو المعادلة $x=a$ محور تماثل المنحنى (C_f) إذا تحقق الشرطان :

1. $(2a-x)\in D_f$ لكل x من D_f .
2. $f(2a-x)=f(x)$ لكل x من D_f .

مثال : نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x)=2x^2-4x+3$ ؛ بين أن المستقيم ذو المعادلة $x=1$ محور تماثل منحنى الدالة f .

حالة خاصة : إذا كانت f دالة زوجية فإن منحناها يقبل محور الأفاصيل محور تماثل .

IV - تصميم دراسة دالة :

لدراسة دالة عددية f غالبا ما نتبع الخطوات التالية :

1. تحديد مجموعة تعريف الدالة f .
2. دراسة زوجية ودورية الدالة f ثم تحديد مجموعة الدراسة D_E (إذا لم تكن الدالة زوجية ولا فردية ولا دورية فإن مجوعة الدراسة هي D_f مجموعة تعريف الدالة f).
3. حساب النهايات عند محدات مجموعة التعريف .
4. دراسة قابلية اشتقاق f على D_E .
5. دراسة تغيرات الدالة :

أ ــ حساب الدالة المشتقة ودراسة إشارتها

ب ــ استنتاج تغيرات الدالة f ثم إعطاء جدول التغيرات .

لتمثيل منحنى الدالة f غالبا ما نتبع المراحل التالية :

6. دراسة الفروع اللانهائية .
7. دراسة الوضع النسبي لمنحنى f بالنسبة لمقارباتها الأفقية والمائلة إن وجدت .
8. تحديد تقاطع منحنى الدالة f مع محوري المعلم (إذا أمكن) وإعطاء مماسات المنحنى في هذه النقط
9. دراسة تقعر منحنى الدالة f وتحديد نقط الانعطاف إن وجدت ، وذلك بحساب الدالة المشتقة الثانية ودراسة إشارتها .
10. الرسم :

أ ــ إنشاء في غالب الأحيان معلم متعامد ممنظم مناسب .

ب ــ إنشاء المستقيمات المقاربة .

ج ــ إنشاء المماسات السابقة وكذا الموازية لمحور الأفاصيل (في النقط التي تنعدم فيها الدالة المشتقة)

د ــ إنشاء المنحنى مع مراعاة التقعر ووضع المنحنى بالنسبة للمستقيمات المقاربة .

نهاية الدرس

www.sbaysite.com اليمني محمد

ملخص حول دراسة وتمثيل الدوال العددية

1) الفروع اللانهائية :

تعريف :

إذا كان D_f (مجموعة تعريف الدالة f) أو $f(D_f)$ تحتوي مجال من نوع $[a;+\infty[$ أو $]-\infty;a]$ فإننا نقول إن (C تقبل فرعا لا نهائيا .)

المستقيمات المقاربة :

*** المقارب الموازي لمحور الأراتيب :**

تعريف :

إذا كان : $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} a} f(x)=+\infty$ أو $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} a} f(x)=+\infty$ أو $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} a} f(x)=-\infty$ أو $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} a} f(x)=-\infty$ فإننا نقول إن المستقيم ذو المعادلة $x=a$ مقاربا لمنحنى الدالة f . هذا المقارب مواز لمحور الأراتيب .

**** المقارب الموازي لمحور الأفاصيل :**

تعريف :

إذا كان : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=a$ أو $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=a$ فإننا نقول إن المستقيم ذو المعادلة $y=a$ مقاربا لمنحنى الدالة . (هذا المستقيم مواز لمحور الأفاصيل) .

ملاحظة :

دراسة إشارة $f(x)-a$ تمكننا من معرفة وضع منحنى الدالة بالنسبة للمقارب .

إذا كان : $f(x)-a \geq 0$ فإن منحنى الدالة f يوجد فوق المقارب

إذا كان : $f(x)-a \leq 0$ فإن منحنى الدالة f يوجد تحت المقارب

***** المقارب المائل :**

تعريف :

لتكن f دالة عددية بحيث : $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=\pm\infty$.

إذا كان : $\lim\limits_{x\to+\infty}\big(f(x)-(ax+b)\big)=0$ أو $\lim\limits_{x\to-\infty}\big(f(x)-(ax+b)\big)=0$ فإن المستقيم ذو المعادلة : $y=ax+b$ ($a\neq 0$) يسمى مقاربا لمنحنى الدالة f .

ملاحظة :

دراسة إشارة : $f(x)-(ax+b)$ تمكننا من معرفة وضع المنحنى بالنسبة للمقارب .

- إذا كان $f(x)-(ax+b)\prec 0$ فإن المنحنى يوجد تحت المقارب
- إذا كان $f(x)-(ax+b)\succ 0$ فإن المنحنى يوجد فوق المقارب .

ملاحظة :

إذا أمكننا كتابة $f(x)$ على الشكل : $f(x)=ax+b+h(x)$ بحيث $a\neq 0$ و h دالة بحيث $\lim\limits_{x\to\pm\infty} h(x)=0$

فإن منحنى الدالة f يقبل المستقيم ذو المعادلة $y=ax+b$ مقاربا .

في كثير من الأحيان يصعب كتابة $f(x)$ على الشكل : $f(x)=ax+b+h(x)$ بحيث $a\neq 0$ و h دالة بحيث $\lim\limits_{x\to\pm\infty} h(x)=0$. الخاصية التالية تمكننا من تحديد معادلة المقارب المائل .

خاصية :

> يكون المستقيم ذو المعادلة $y=ax+b$ ($a\neq 0$) مقاربا مائلا لمنحنى الدالة f إذا وفقط إذا كان :
> $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=a$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-ax)=b$. أو : $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=a$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)-ax)=b$.

الاتجاهات المقاربة :

- إذا كان : $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=\pm\infty$ و $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{f(x)}{x}=0$ فإننا نقول :إن منحنى الدالة يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأفاصيل .أو منحنى الدالة يقبل محور الأفاصيل اتجاها مقاربا .
- إذا كان : $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=\pm\infty$ و $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\pm\infty$ فإننا نقول : إن منحنى الدالة يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأراتيب . أو منحنى الدالة يقبل محور الأراتيب اتجاها مقاربا .

- إذا كان : $\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=\pm\infty$ و $\lim_{x\to\pm\infty}\frac{f(x)}{x}=a\neq 0$ وكان : $\lim_{x\to\pm\infty}(f(x)-ax)=\pm\infty$ فإننا نقول إن منحنى الدالة f يقبل فرعا شلجميا في اتجاه المستقيم ذو العادلة : $y=ax$ (أو المستقيم ذو المعادلة $y=ax$ اتجاه مقارب لمنحنى الدالة) .

2) تقعر منحنى دالة -- نقطة انعطاف منحنى :

تعاريف :

لتكن f دالة قابلة للاشتقاق على مجال I . و (C_f) منحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. نقول إن المنحنى (C_f) محدب إذا كان يوجد فوق جميع مماساته
2. نقول إن المنحنى (C_f) مقعر إذا كان يوجد تحت جميع مماساته
3. نقول إن النقطة $M_0(x_0;f(x_0))$ نقطة انعطاف للمنحنى (C_f) إذا كان المنحنى (C_f) يخترق مماسه في النقطة $M_0(x_0;f(x_0))$.

خاصيات :

لتكن f دالة قابلة للاشتقاق مرتين على مجال I .

1) إذا كانت f'' موجبة على I فان (C_f) يكون محدبا على I .

2) إذا كانت f'' سالبة على I فان (C_f) يكون مقعرا على I

3) إذا كانت f'' تنعدم في x_0 وتغير إشارتها فان (C_f) يقبل نقطة انعطاف هي النقطة $M_0(x_0;f(x_0))$.

3) عناصر تماثل منحنى :

1) مركز تماثل منحنى :

تعريف : ليكن (C_f) منحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، و$A(a;b)$ نقطة من المستوى .

نقول إن النقطة $A(a;b)$ مركز تماثل المنحنى (C_f) إذا تحقق الشرطان :

1) $(2a-x)\in D_f$ لكل x من D_f . 2) $f(2a-x)=2b-f(x)$ لكل x من D_f .

حالة خاصة : إذا كانت f دالة فردية فإن النقطة O أصل المعلم هي مركز تماثل المنحنى .

2) محور تماثل منحنى :

تعريف : ليكن (C_f) منحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

نقول إن المستقيم ذو المعادلة $x=a$ محور تماثل المنحنى (C_f) إذا تحقق الشرطان :

1) $(2a-x)\in D_f$ لكل x من D_f . 2) $f(2a-x)=f(x)$ لكل x من D_f .

حالة خاصة : إذا كانت f دالة زوجية فإن منحناها يقبل محور الأفاصيل محور تماثل .

4) ـ تصميم دراسة دالة :

لدراسة دالة عددية f غالبا ما نتبع الخطوات التالية :

1. تحديد مجموعة تعريف الدالة f .
2. دراسة زوجية ودورية الدالة f ثم تحديد مجموعة الدراسة D_E (إذا لم تكن الدالة زوجية ولا فردية ولا دورية فإن مجوعة الدراسة هي D_f مجموعة تعريف الدالة f).
3. حساب النهايات عند محدات مجموعة التعريف .
4. دراسة قابلية اشتقاق f على D_E .
5. دراسة تغيرات الدالة :

أ ــ حساب الدالة المشتقة ودراسة إشارتها

ب ــ استنتاج تغيرات الدالة f ثم إعطاء جدول التغيرات .

لتمثيل منحنى الدالة f غالبا ما نتبع المراحل التالية :

6. دراسة الفروع اللانهائية .
7. دراسة الوضع النسبي لمنحنى f بالنسبة لمقارباتها الأفقية والمائلة إن وجدت .
8. تحديد تقاطع منحنى الدالة f مع محوري المعلم (إذا أمكن) وإعطاء مماسات المنحنى في هذه النقط
9. دراسة تقعر منحنى الدالة f وتحديد نقط الانعطاف إن وجدت ، وذلك بحساب الدالة المشتقة الثانية ودراسة إشارتها .
10. الرسم :

أ ــ إنشاء في غالب الأحيان معلم متعامد ممنظم مناسب .

ب ــ إنشاء المستقيمات المقاربة .

ج ــ إنشاء المماسات السابقة وكذا الموازية لمحور الأفاصيل (في النقط التي تنعدم فيها الدالة المشتقة)

د ــ إنشاء المنحنى مع مراعاة التقعر ووضع المنحنى بالنسبة للمستقيمات المقاربة .