Mr ELAASRI www.lyceemaths.net	ملخص الدوران في المستوى	$1^{ère}$ BAC STE-STM-Séxp

تعريف الدوران: نعتبر أن المستوى موجه توجيها موجبا

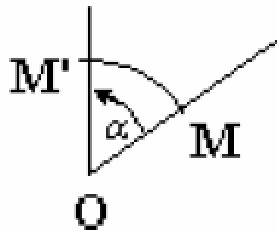
لتكن O نقطة من المستوى و α عددا حقيقيا.

**الدوران الذي مركزه O وزاويته α هو التطبيق في المستوى الذي يربط كل نقطة M بنقطة M' بحيث:

إذا كان $M \neq O$ $\begin{cases} OM = OM' \\ \left(\overline{\overrightarrow{OM},\overrightarrow{OM'}}\right) \equiv \alpha\,[2\pi] \end{cases}$

و $M' = O$ إذا كان $M = O$

** يرمز لهذا الدوران بالرمز $r(O,\alpha)$ أو r.



نتائج:

1) إذا كان $\boxed{\alpha \equiv 0\,[2\pi]}$ فإن الدوران r هو التطبيق المطابق.

2) إذا كان $\boxed{\alpha \equiv \pi\,[2\pi]}$ فإن الدوران r هو التماثل المركزي الذي مركزه O.

3) إذا كان $\boxed{\alpha \neq 0\,[2\pi]}$ فإن الدوران r يقبل نقطة صامدة وحيدة وهي المركز O.

خاصيات الدوران:

1) الدوران العكسي:

كل دوران $r(O,\alpha)$ هو تطبيق تقابلي ودورانه العكسي هو $r(O,-\alpha)$.

2) الدوران يحافظ على المسافة:

لتكن A و B و A' و B' نقط من المستوى حيث $A \neq B$:

إذا كان $\begin{cases} r(A) = A' \\ r(B) = B' \end{cases}$ فإن $AB = A'B'$

3) الدوران يحافظ على المرجح والمنتصف:

-إذا كانت النقطة I منتصف للقطعة $[AB]$ فإن صورة I بالدوران r هي منتصف القطعة $[A'B']$ حيث:

$r(A) = A'$ و $r(B) = B'$

إذا كان G مرجح للنظمة المتزنة $\{(A_1,\alpha_1);(A_2,\alpha_2);.....\}$

فإن صورة G بالدوران r مرجح للنظمة المتزنة $\{(A_1',\alpha_1);(A_2',\alpha_2);.....\}$ حيث $r(A_1) = A_1'$ و $r(A_2) = A_2'$

4) الدوران يحافظ على معامل إستقامية متجهتين:

لتكن A و B و C و D من المستوى بحيث: $\overrightarrow{CD} = k\,\overrightarrow{AB}$

إذا كان $\begin{cases} r(A) = A' \\ r(B) = B' \\ r(C) = C' \\ r(D) = D' \end{cases}$ فإن $\overrightarrow{C'D'} = k\,\overrightarrow{A'B'}$ مع $k \in \mathbb{R}$

5) الدوران يحافظ على قياس الزوايا الموجهة:

لتكن A و B و C و D أربع نقط من المستوى.

إذا كان $\begin{cases} r(A) = A' \\ r(B) = B' \\ r(C) = C' \\ r(D) = D' \end{cases}$ فإن $\left(\overline{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}}\right) \equiv \left(\overline{\overrightarrow{A'B'},\overrightarrow{C'D'}}\right)[2\pi]$

** إذا كان $\begin{cases} r(A) = A' \\ r(B) = B' \end{cases}$ مع r دوران زاويته θ فإن

$\left(\overline{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{A'B'}}\right) \equiv \theta\,[2\pi]$

6) الدوران يحافظ على الأشكال الهندسية:

مثلا:

- صورة مستقيم (AB) بدوران r هو المستقيم $(A'B')$ حيث $r(A) = A'$ و $r(B) = B'$
- صورة قطعة $[AB]$ بدوران r هي القطعة $[A'B']$ حيث $r(A) = A'$ و $r(B) = B'$
- صورة دائرة $C_{(\Omega,R)}$ بدوران r هي الدائرة $C'_{(\Omega',R)}$ حيث $r(\Omega) = \Omega'$.

<u>خاصية أساسية:</u>

إذا كانت (Γ_1) و (Γ_2) مجموعتين و r دوران في المستوى فإن: $r(\Gamma_1 \cap \Gamma_2) = r(\Gamma_1) \cap r(\Gamma_2)$

و $r(\Gamma_1 \cup \Gamma_2) = r(\Gamma_1) \cup r(\Gamma_2)$

7) الصيغة التحليلية للدوران:

يكون تطبيق r من المستوى (P) نحو (P) دورانا مركزه $\Omega(a,b)$ و زاويته θ إذا وفقط إذا كانت صيغته التحليلية في معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j})$

على الشكل: $\boxed{\begin{cases} x' = (x-a)\cos\theta - (y-b)\sin\theta + a \\ y' = (x-a)\sin\theta + (y-b)\cos\theta + b \end{cases}}$

حيث : $r(M) = M'$ و $\begin{cases} \overrightarrow{OM} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} \\ \overrightarrow{OM'} = x'\,\vec{i} + y'\,\vec{j} \end{cases}$