

1- حساب التكامل I :

بتطبيق علاقة شال لدينا :

$$I = \int_{-1}^1 |e^x - 1| dx$$
$$= \int_{-1}^0 |e^x - 1| dx + \int_0^1 |e^x - 1| dx$$

ونعلم إنه إذا كان $x < 0$ فإن $e^x - 1 < 0$.

$$\int_{-1}^0 |e^x - 1| dx = \int_{-1}^0 (1 - e^x) dx \quad \text{وبالتالي :}$$

$$= [x - e^x]_{-1}^0$$
$$= (0 - e^0) - (-1 - e^{-1})$$
$$= -1 + 1 + e^{-1}$$
$$= e^{-1}$$

إذا كان $x > 0$ فإن $e^x - 1 > 0$.

$$\int_0^1 |e^x - 1| dx = \int_0^1 [e^x - 1] dx = [e^x - x]_0^1 \quad \text{وبالتالي :}$$

$$= (e - 1) - (e^0 - 0)$$
$$= e - 2$$

$$I = e^{-1} + e - 2 \quad \text{إذن :}$$

2- حساب التكامل J :

$$\begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = \frac{1}{3} e^{3x} \end{cases} \quad \text{ومنه :}$$

$$\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = e^{3x} \end{cases} \quad \text{نضع :}$$

$$\begin{aligned} J &= \int_0^1 x e^{3x} dx && \text{وبالتالي :} \\ &= \int_0^1 u(x) v'(x) dx \\ &= \left[\frac{x}{3} e^{3x} \right]_0^1 - \int_0^1 \frac{1}{3} e^{3x} dx \\ &= \frac{1}{3} e^3 - \frac{0}{3} e^0 - \frac{1}{9} [e^{3x}]_0^1 \\ &= \frac{1}{3} e^3 - \frac{1}{9} [e^3 - e^0] \\ &= \frac{1 + 2 e^3}{9} \end{aligned}$$

3- حساب التكامل K :

$$\begin{aligned} K &= \int_0^3 \frac{3x-1}{\sqrt{x+1}} dx && \text{ليكن } x > -1 \text{ لدينا :} \\ & \text{نضع : } t = \sqrt{x+1} \text{ أي } t^2 = x+1 \text{ أي } x = t^2 - 1 && \text{ومننه } 2t dt = dx \text{ أو } dt = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} dx \\ & \bullet \text{ إذا كان } x = 0 \text{ فإن } t = \sqrt{0+1} = 1 && \\ & \bullet \text{ إذا كان } x = 3 \text{ فإن } t = \sqrt{3+1} = 2 && \\ & \text{ولدينا : } \frac{3x-1}{\sqrt{x+1}} dx = \frac{3(t^2-1)-1}{t} \times 2t dt && \\ & = 2(3t^2 - 4) dt && \\ & K = \int_1^2 2(3t^2 - 4) dt && \text{ومننه :} \\ & = 2 [t^3 - 4t]_1^2 && \\ & = 6 && \end{aligned}$$



Achamel