

1- تحديد المجموعة D

لدينا $x \mapsto \ln |x|$ معرفة على \mathbb{R}^*

ومنه $D = \mathbb{R}^*$

(b) حساب نهايات f عند محددات D

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x + \frac{3}{x} = +\infty \quad \text{لدينا .}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 2 \ln |x| = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{ومنه}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{x} = 0 \quad \text{لدينا .}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x + 2 \ln |x| = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(1 - \frac{2 \ln(-x)}{-x} \right)$$

$$= -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\ln(-x)}{-x} = \lim_{X \rightarrow +\infty} \frac{\ln X}{X} = 0 \quad \text{لأن}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \quad \text{ومنه}$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} x + \frac{3 + 2x \ln x}{x} \quad \text{لدينا .}$$

$$= +\infty$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{1}{x} = +\infty \quad \text{و} \quad \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} 3 + 2x \ln x = 3 \quad \text{لأن}$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} f(x) = -\infty \quad \text{لدينا .}$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \frac{1}{x} = -\infty \quad \text{لأن}$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} 2 \ln |x| = -\infty$$

2- حساب $f'(x)$

الدالة f قابلة للاشتقاق على D

ليكن x عنصرا من D

$$f'(x) = 1 - \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x}$$

$$= \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2}$$

$$= \frac{(x-1)(x+3)}{x^2}$$

(b) جدول تغيرات f

x	$-\infty$	-3	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$-4 + 2 \ln 3$	$+\infty$	4	$+\infty$

3- (a) الفروع اللانهائية للمنحنى

$$\lim_{x \rightarrow 0} |f(x)| = +\infty \quad \text{لدينا .}$$

ومنه ∞ يقبل مقاربا معادلته $x = 0$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{لدينا .}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} 1 + \frac{3}{x^2} + 2 \frac{\ln x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{x} + 2 \ln x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 1 \quad \text{وبالمثل نبين أن}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - x = +\infty$$

إذن \mathcal{C} يقبل فرعاً شلجياً اتجاهه المستقيم الذي معادلته $y = x$.

(b) دراسة تقعر المنحنى \mathcal{C}

الدالة f' قابلة للاشتقاق على D

ليكن x عنصراً من D

$$f'(x) = 1 - \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x} \quad \text{لدينا}$$

$$f''(x) = \frac{6}{x^3} - \frac{2}{x^2} \quad \text{ومنه}$$

$$= \frac{2}{x^3} (3 - x)$$

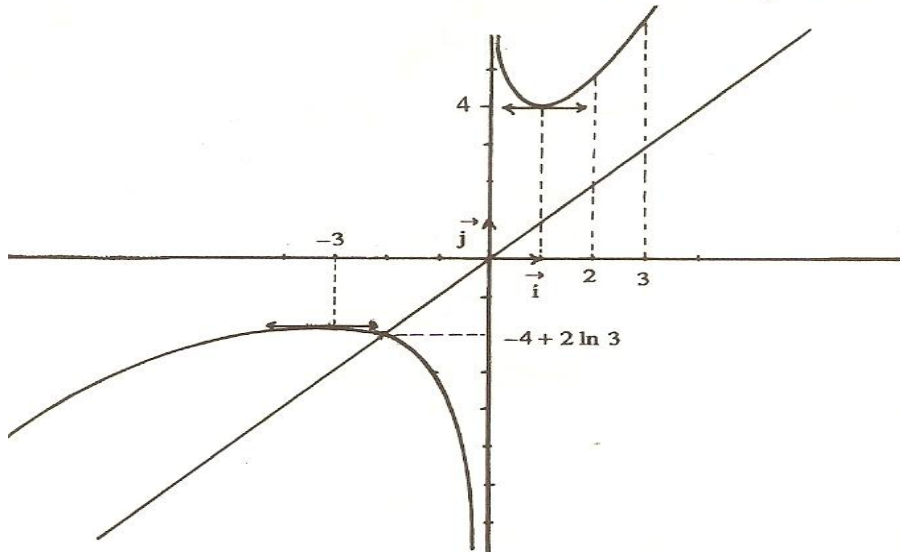
x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f''(x)$	+		+	0	-
تقعر المنحنى \mathcal{C}	موجه نحو الأرتيب الموجبة		موجه نحو الأرتيب الموجبة	موجه نحو الأرتيب السالبة	

(c) معادلة مماس \mathcal{C}

$$f'(3) = \frac{4}{3} \quad \text{و} \quad f(3) = 4 + 2 \ln 3 \quad \text{لدينا}$$

$$\text{ومنه} \quad y = \frac{4}{3}x + 2 \ln 3 \quad \text{هي معادلة مماس } \mathcal{C} \text{ عند } I$$

(d) رسم المنحنى \mathcal{C}



4- (a) حساب التكامل المقترح

$$\int_1^3 \ln x \, dx = \int_1^3 1 \cdot \ln x \, dx \quad \text{لدينا}$$

$$= [x \ln x]_1^3 - \int_1^3 x \cdot \frac{1}{x} \, dx$$

$$= 3 \ln 3 - [x]_1^3$$

$$= 3 \ln 3 - 2$$

(b) حساب المساحة المطلوبة

مساحة الجزء المستوى المقترح هي :

$$A = \int_1^3 (f(x) - x) \, dx$$

$$= \int_1^3 \left(\frac{3}{x} + 2 \ln x \right) \, dx$$

$$= 3 \int_1^3 \frac{1}{x} \, dx + 2 \int_1^3 \ln x \, dx$$

$$= 3 [\ln x]_1^3 + 2 (3 \ln 3 - 2)$$

$$= 3 \ln 3 + 6 \ln 3 - 4$$

$$= 9 \ln 3 - 4$$