1- أ – تحديد D_f

ليكن x عددا حقيقيا

لدينا : $x \in D_f \Leftrightarrow \frac{2x+1}{x-1} > 0$

$$\Leftrightarrow x \in \left]-\infty, -\frac{1}{2}\right[\cup]1, +\infty[$$

إذن : $D_f = \left]-\infty, -\frac{1}{2}\right[\cup]1, +\infty[$

ب– حساب نهايات f عند محدات D_f .

• لدينا : $\lim_{|x| \to +\infty} \frac{2x+1}{x-1} = \lim_{|x| \to +\infty} \frac{2x}{x}$

$$= 2$$

إذن : $\lim_{|x| \to +\infty} f(x) = \ln 2$

• لدينا : $\lim_{x \to 1^+} (2x+1) = 3$ و $\lim_{x \to 1^+} (x-1) = 0^+$

إذن : $\lim_{x \to 1^+} \frac{2x+1}{x-1} = +\infty$

وبالتالي فإن : $\lim_{x \to 1^+} f(x) = +\infty$.

• لدينا : $\lim_{x \to \left(-\frac{1}{2}\right)^-} \frac{2x+1}{x-1} = 0^+$

إذن : $\lim_{x \to \left(-\frac{1}{2}\right)^-} f(x) = -\infty$

2- أ – حساب $f'(x)$

الدالة f قابلة للاشتقاق على D_f ولدينا لكل x من D_f :

$$f'(x)=\frac{\left(\frac{2x+1}{x-1}\right)'}{\frac{2x+1}{x-1}}$$

$$=\frac{\frac{\begin{vmatrix}2 & 1\\ 1 & -1\end{vmatrix}}{(x-1)^2}}{\frac{2x+1}{x-1}}=\frac{-3}{(x-1)(2x+1)}$$

ب- جدول تغيرات الدالة f

بما أن : $(x-1)(2x+1)>0$ لكل x من D_f

فإن : $f'(x)<0$ لكل x من D_f

ومنه جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$ $\quad\quad$ $-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$ $\quad$ 1	1 $\quad\quad$ $+\infty$
$f'(x)$	$-$	//////	$-$
$f(x)$	$\ln 2 \searrow -\infty$	//////	$+\infty \searrow \ln 2$

3- أ- تحديد الفروع اللانهائية

لدينا : $\lim\limits_{|x|\to+\infty} f(x)=\ln 2$

إذن المنحنى (C_f) يقبل بجوار $+\infty$ وبجوار $-\infty$ مقاربا أفقيا

معادلته $y=\ln 2$

ولدينا : $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to\left(-\frac{1}{2}\right)^-} f(x)=-\infty$

إذن المنحنى (C_f) يقبل مقاربين رأسيين معادلتاهما $x=1$ و $x=-\frac{1}{2}$

ب– إنشاء (C_f)