

### 1- حساب النهايتين

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{e}{x} \ln x \right) \text{ لدينا.}$$
$$= 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0 \text{ لأن}$$

$$\forall x \in \mathbb{R}^- \quad f(x) = x \left( \frac{e^{2x} - 2}{x e^x} - 3 \right) \text{ لدينا.}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0 \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{2x} - 2 = -2 \text{ بما أن}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{2x} - 2}{x e^x} = +\infty \quad \text{و} \quad \forall x \in \mathbb{R}^- \quad x e^x < 0 \text{ فإن}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{2x} - 2}{x e^x} - 3 = +\infty \text{ ومنه}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \text{ إذن}$$

### 2- اتصال f في النقطة 0

لدينا f متصلة على اليسار في النقطة 0 لأن الدالة

$$x \mapsto \frac{e^{2x} - 2}{e^x} - 3x \text{ متصلة على } \mathbb{R}.$$

[www.achamel.info](http://www.achamel.info)  
[www.Achamel.net](http://www.Achamel.net)  
[www.Achamel.org](http://www.Achamel.org)  
[www.Achamel.ma](http://www.Achamel.ma)



تمتّع بالقراءة مع الشامل . تابع في الصفحة الموالية

مع تحيات Equipe Achamel

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{e^{\ln x}}{x} \quad \text{لدينا .}$$

$$= -\infty$$

إذن  $f$  غير متصلة على اليمين في  $0$  .  
**3- تغيرات الدالة  $f$  :**

الدالة  $f$  قابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R}^*$   
 ليكن  $x$  عنصرا من  $\mathbb{R}^*$

$$f(x) = \frac{e^{2x} - 2}{e^x} - 3x \quad \text{لدينا}$$

$$= e^x - 2e^{-x} - 3x$$

$$f'(x) = e^x + 2e^{-x} - 3 \quad \text{ومنه}$$

$$= e^{-x}(e^{2x} - 3e^x + 2)$$

$$= e^{-x}(e^{2x} - 1)(e^x - 2)$$

بما أن  $x < 0$  فإن  $e^x < 1$  و  $e^x < 2$  ومنه  $f'(x) > 0$

إذن  $f$  تزايدية قطعاً على  $]-\infty, 0[$

الدالة  $f$  قابلة للاشتقاق على  $]0, +\infty[$

ليكن  $x$  عنصرا من  $]0, +\infty[$

$$f(x) = \frac{e}{x} \ln x \quad \text{لدينا}$$

$$f'(x) = e \left( \frac{\frac{1}{x} \cdot x - \ln x}{x^2} \right) \quad \text{ومنه}$$

$$= e \frac{1 - \ln x}{x^2}$$

لدينا  $f'(e) = 0$

إذا كان  $x < e$  فإن  $\ln x < 1$  ومنه  $f'(x) > 0$

إذا كان  $x > e$  فإن  $\ln x > 1$  ومنه  $f'(x) < 0$

إذن  $f$  تزايدية قطعاً على  $]0, e[$  وتناقصية قطعاً على  $]e, +\infty[$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \frac{1}{x} \left( \frac{e^{2x} - 2}{e^x} - 3x + 1 \right) \quad \text{لدينا}$$

$$= \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \frac{e^{2x} + e^x - 2}{x e^x} - 3$$

$$= \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \frac{e^x - 1}{x} \cdot \frac{(e^x + 2)}{e^x} - 3$$

$$= 0$$

إذن  $f$  قابلة للاشتقاق على اليسار في  $0$  و  $f'_d(0) = 0$

**4- الفروع اللانهائية**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0 \quad \text{لدينا .}$$

إذن (C) يقبل محور الأفاصيل كمستقيم مقارب عند  $+\infty$  .

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \quad \text{لدينا .}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{e^{2x} - 2}{x e^x} - 3 \right) \quad \text{كما لدينا}$$

$$= +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{2x} - 2}{x e^x} = +\infty \quad \text{لأن}$$

إذن (C) يقبل فرعا شلجيميا اتجاهه محور الأرتيب .

**-5 نقطة الانعطاف :**

الدالة  $f'$  قابلة للاشتقاق على  $]0, +\infty[$

ليكن  $x$  عنصرا من  $\mathbb{R}_+^*$

$$f'(x) = e \frac{1 - \ln x}{x^2} \quad \text{لدينا}$$

$$= e \left( \frac{1}{x^2} - \frac{\ln x}{x^2} \right)$$

$$f''(x) = e \left( -\frac{2}{x^3} - \frac{x - 2x \ln x}{x^4} \right) \quad \text{ومنه}$$

$$= -e \left( \frac{3 - 2 \ln x}{x^3} \right)$$

إذن  $f'(x)$  تنعدم في  $e^{3/2}$  وتغير اشارتها في  $]0, +\infty[$

وبالتالي (C) يقبل نقطة انعطاف افصولها موجب .

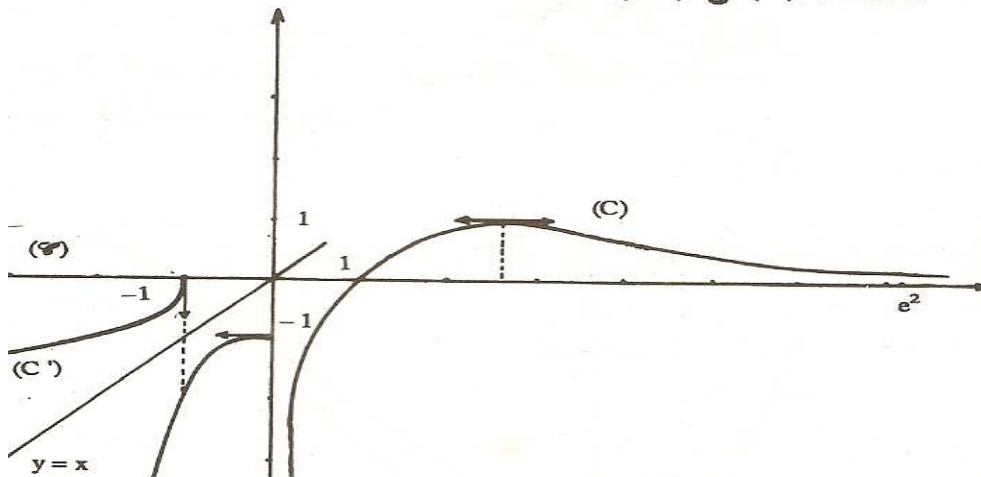
**-6 تقبل دالة عكسية .**

لدينا  $g$  دالة متصلة على المجال  $] -\infty, 0]$

$g$  تزايدية قطعيا على المجال  $] -\infty, 0]$

إذن  $g$  تقبل دالة عكسية  $g^{-1}$

**-7 انشاء (C) و (C') :**



**-8 حساب مساحة الحيز :**

مساحة هذا الحيز هي :

$$a = \int_e^{e^2} f(x) dx$$

$$= \int_e^{e^2} \frac{e}{x} \ln x \, dx$$

$$= \left[ \frac{1}{2} e (\ln x)^2 \right]_e^{e^2}$$

$$= \frac{1}{2} e (2^2 - 1^2)$$

$$= \frac{3}{2} e$$

[www.achamel.info](http://www.achamel.info)

[www.Achamel.net](http://www.Achamel.net)

[www.Achamel.org](http://www.Achamel.org)

[www.Achamel.ma](http://www.Achamel.ma)