

لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $\left[\frac{1}{3}, +\infty\right[$  بما يلي :  $f(x) = -x \left(\sqrt[3]{3x-1}\right)^2$

$$(1) \text{ بين أن : } \left[\frac{1}{3}, +\infty\right[ \text{ لكل } x \text{ } f(x) = x \left[-1 + \sqrt[3]{\frac{(3x-1)^2}{x^3}}\right]$$

واستنتج  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

$$(2) \text{ أ. تحقق أن : } \frac{f(x) - f\left(\frac{1}{3}\right)}{x - \frac{1}{3}} = -1 + 3 \sqrt[3]{\frac{1}{3x-1}} \text{ لكل } x \text{ من } \left[\frac{1}{3}, +\infty\right[$$

ب. ادرس اشتقاق  $f$  في  $\frac{1}{3}$  على اليمين . وأول النتيجة مبيانيا .

$$(3) \text{ ج. بين أن : } f'(x) = -1 + \sqrt[3]{\frac{8}{3x-1}} \text{ لكل } x \text{ من المجال } \left[\frac{1}{3}, +\infty\right[$$

د. اعط جدول تغيرات الدالة  $f$ .

$$(3) \text{ باستعمال تغيرات الدالة } f, \text{ بين أن المعادلة : } x^3 - (3x-1)^2 = 0 \text{ تقبل حلين في المجال } \left[\frac{1}{3}, +\infty\right[$$

$$(4) \text{ بين أن منحنى الدالة } f \text{ يقبل اتجاهها مقاربا معادلته } y = -x$$