1) لكل $x\in\mathbb{R}$ لدينا :

$$2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=2\left(\sin x.\cos\frac{\pi}{3}+\cos x.\sin\frac{\pi}{3}\right)$$

$$2\left(\frac{1}{2}.\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x\right)$$

$$=\sin x+\sqrt{3}\cos x$$

ب- لكل $x\in\mathbb{R}$:

$$\sqrt{3}\cos x+\sin x=1\Leftrightarrow 2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=1$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{6}+2k\pi;k\in\mathbb{Z} \\ x+\frac{\pi}{3}=\frac{5\pi}{6}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{6}+2k\pi;k\in\mathbb{Z} \\ x=\frac{\pi}{2}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\end{array}\right.$$

ومنه مجموعة حلول المعادلة المطلوبة :

$$S=\left\{-\frac{\pi}{6}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}\cup\left\{\frac{\pi}{2}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$$

2) لكل $x\in\mathbb{R}$ لدينا:

$$\sin 3x+\sin x=2\sin\left(\frac{3x+x}{2}\right).\cos\left(\frac{3x-x}{2}\right)$$

$$=2\sin(2x)\cos x$$

$$=2(2\sin x.\cos x).\cos x$$

$$=4\sin x.\cos^2 x$$

ب- لكل $x\in\mathbb{R}$ **:**

$$A(x)=\sin 3x+\sin x+4\sqrt{3}\cos^3 x$$

$$=4\sin x.\cos^2 x+4\sqrt{3}.\cos^3 x$$

$$=4\cos^2 x(\sin x+\sqrt{3}.\cos x)$$

ج- لكل $x\in[0,2\pi[$ لدينا :

$$A(x)=4\cos^2 x\Leftrightarrow 4\cos^2 x\left(\sin x+\sqrt{3}.\cos x\right)=4\cos^2 x$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 x\left(\sqrt{3}\cos x+\sin x-1\right)=0$$

$\cos x=0$ أو $\sqrt{3}\cos x+\sin x=1$

* $\cos x=0$ يكافئ $x=\frac{\pi}{2}+2k\pi$ حيث $k\in\mathbb{Z}$

وبما أن $0 \leq x \leq 2\pi$ فإن $x = \frac{\pi}{2}$ أو $x = \frac{3\pi}{2}$

- من السؤال 1) ب لدينا :

$\sqrt{3}\cos x + \sin x = 1$ يكافئ $x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi$ حيث $k \in \mathbb{Z}$

أو $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ حيث $k \in \mathbb{Z}$

وحيث أن $x \in [0,2[$ فإن $x = \frac{11\pi}{6}$ أو $x = \frac{\pi}{2}$

ومنه مجموعة حلول المعادلة **:** $S = \left\{\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{2}\right\}$

*تمثيل الحلول على الدائرة المثلثية: