

$$(E) \Leftrightarrow \sin 3x = \sin(-2x) \quad * \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = -2x + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \\ \text{أو} \\ 3x = \pi + 2x + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2k\pi}{5}; k \in \mathbb{Z} \\ \text{أو} \\ x = \pi + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$S = \left\{ \frac{2k\pi}{5} / k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \{ \pi + 2k\pi / k \in \mathbb{Z} \} : \text{إذن}$$

$$\frac{2k\pi}{5} \in]-\pi, \pi] \Leftrightarrow k \in \{-2, -1, 0, 1, 2\} \quad *$$

$$\pi + 2k\pi \in]-\pi, \pi] \Leftrightarrow k = 0$$

إذن مجموعة حلول المعادلة (E) في المجال $]-\pi, \pi]$

$$S' = \left\{ -\frac{4\pi}{5}, -\frac{2\pi}{5}, 0, \frac{2\pi}{5}, \pi, \frac{4\pi}{5} \right\}$$

(2) أ- ليكن $x \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} \sin 3x &= \sin(2x + x) \\ &= \sin 2x \cos x + \cos 2x \sin x \\ &= 2 \sin x \cos^2 x + \cos 2x \sin x \\ &= (2 \cos^2 x + \cos 2x) \sin x \\ &= (2 \cos^2 x + 2 \cos^2 x - 1) \sin x \\ &= (4 \cos^2 x - 1) \sin x \end{aligned}$$

$$(E) \Leftrightarrow \sin 3x + \sin 2x = 0 \quad \text{ب-}$$

$$\Leftrightarrow (4 \cos^2 x - 1) \sin x + \sin 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow (4 \cos^2 x - 1) \sin x + 2 \sin x \cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow (4 \cos^2 x - 1 + 2 \cos x) \sin x = 0$$

$$\Leftrightarrow (4 \cos^2 x + 2 \cos x - 1) \sin x = 0$$

(3) حلول المعادلة (E) التي تنتمي إلى المجال $]-\pi, \pi]$ والتي تحقق $4 \cos^2 x + 2 \cos x - 1 = 0$ هي $-\frac{4\pi}{5}$ و

$$-\frac{2\pi}{5} \text{ و } \frac{2\pi}{5} \text{ و } \frac{4\pi}{5}$$

(4) حل المعادلة:

المميز المختصر للمعادلة: $\Delta' = 5$ إذن حلاها هما:

$$X_1 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{4} \quad X_2 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{4}$$

(5) نعتبر $x \in]-\pi, \pi]$

من السؤال السابق:

$$(E'): 4 \cos^2 x + 2 \cos x - 1 = 0$$

$$\cos x = \frac{-1-\sqrt{5}}{4} \text{ أو } \cos x = \frac{-1+\sqrt{5}}{4} \text{ يكافئ}$$

وحسب السؤال (3) و $\frac{4\pi}{5}$ و $\frac{2\pi}{5}$ يحققان المعادلة (E'). وبما أن : $\cos \frac{4\pi}{5} < 0$ و $\cos \frac{2\pi}{5} > 0$

$$\text{فإن } \cos \frac{4\pi}{5} = \frac{-1-\sqrt{5}}{4} \text{ و } \cos \frac{2\pi}{5} = \frac{-1+\sqrt{5}}{4}$$

Achamel.net