

$$-1 \text{ حساب } u_1 : u_1 = -\frac{1}{2}$$

$$-2 \text{ أ-} u_0 = 0 \text{ لدينا إذن } u_0 \geq 1$$

$$\text{نفترض أن } u_p \geq -2p - 1$$

$$\text{ونبين أن } u_{p+1} \geq -2p - 3$$

$$u_p \geq -2p - 1 \Rightarrow \frac{1}{2}u_p \geq -p - \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}u_p - p - \frac{1}{2} \geq -2p - 1 > -2p - 3$$

$$\text{إذن : } (\forall n \in \mathbb{N}) u_n \geq -2n - 1$$

$$\text{ب-} u_{n+1} - u_n = \frac{1}{2}u_n - n - \frac{1}{2} - u_n$$

$$= -\frac{1}{2}(u_n + 2n + 1)$$

$$\text{بما أن } (\forall n \in \mathbb{N}) u_n \geq -2n - 1$$

$$\text{أي أن } (\forall n \in \mathbb{N}) -\frac{1}{2}(u_n + 2n + 1) \leq 0$$

$$\text{يعني أن } (\forall n \in \mathbb{N}) u_{n+1} \leq u_n$$

فإن المتتالية  $(u_n)$  تناقصية .

$$-3 \text{ أ-} v_{n+1} = 2u_{n+1} + 4(n+1) - 6$$

$$= 2\left(\frac{1}{2}u_n - n - \frac{1}{2}\right) + 4(n+1) - 6$$

$$= u_n + 2n - 3$$

$$= \frac{1}{2}(2u_n + 4n - 6)$$

$$= \frac{1}{2}v_n$$

$$\text{إذن } (\forall n \in \mathbb{N}) v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n$$

وبالتالي فإن  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $\frac{1}{2}$

$$\text{وحدها الأول } v_0 = -6$$

$$\text{ب-} v_n = v_0 q^n$$

$$= -6 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$\text{إذن } (\forall n \in \mathbb{N}) v_n = -6\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$\text{بما أن } v_n = 2u_n + 4n - 6$$

$$\text{فإن } u_n = \frac{1}{2}v_n - 2n + 3$$

$$u_n = \frac{1}{2} \left[ -6 \left( \frac{1}{2} \right)^n \right] - 2n + 3$$

$$(\forall n \in \mathbb{N}) \quad u_n = 3 - 2n - 3 \left( \frac{1}{2} \right)^n \quad \text{إذن}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (3 - 2n) = -\infty \quad \text{ج- لدينا}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{1}{2} \right)^n = 0 \quad \text{و} \quad \lim u_n = -\infty \quad \text{إذن}$$

Achamel.net