

أ-1) حساب v_0 و $u_2 = \frac{8}{7} u_2$ و $v_0 = 1$

ب-) $v_{n+1} = u_{n+2} - u_{n+1}$

$$= \frac{1}{7}(8u_{n+1} - u_n) - u_{n+1}$$

$$= \frac{1}{7}(u_{n+1} - u_n)$$

$$= \frac{1}{7}v_n$$

إذن : $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad v_{n+1} = \frac{1}{7}v_n$

وبالتالي فإن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{7}$.

أ-2) $v_0 = 1$ و $q = \frac{1}{7}$

$$v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1} = v_0 \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

$$= \frac{1 - (\frac{1}{7})^n}{1 - \frac{1}{7}}$$

$$v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1} = \frac{7}{6} \left[1 - (\frac{1}{7})^n \right]$$

$$= \frac{7}{6} - \frac{7}{6} \times (\frac{1}{7})^n$$

ب-) لدينا : $v_0 = u_1 - u_0$

$$v_1 = u_2 - u_1$$

⋮

$$v_{n-1} = u_n - u_{n-1}$$

وبجمع المتساويات طرفاً بطرف نحصل على

$$v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1} = u_n - u_0 = u_n$$

إذن $u_n = \frac{7}{6} - \frac{1}{6} \cdot (\frac{1}{7})^{n-1}$

بما أن $1 < \frac{1}{7} < -1$ فإن $\lim(\frac{1}{7})^{n-1} = 0$

$$\lim u_n = \frac{7}{6} \text{ وبالتالي فإن}$$

Achamel.net