1 - لكل n من $\mathbb{N}$ لدينا:

$$v_{n+1} = u_{n+1} - 3$$
$$= \frac{1}{2}u_n + \frac{3}{2} - 3$$
$$= \frac{1}{2}(u_n - 3)$$
$$= \frac{1}{2}v_n$$

ومنه (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ وحدها الأول $v_0 = 1$

2- أ) لكل n من $\mathbb{N}$ لدينا $u_n = v_n + 3$

لدينا : (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ وحدها الأول $v_0 = 1$

إذن : $v_n = (\frac{1}{2})^n$ لكل n من $\mathbb{N}$

ومنه $u_n = 3 + \frac{1}{2^n}$ $(\forall n \in \mathbb{N})$

ب) لدينا لكل n من $\mathbb{N}$:

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{2^{n+1}} - \frac{1}{2^n} \prec 0$$

ومنه $u_{n+1} \prec u_n$ $(\forall n \in \mathbb{N})$

إذن : (u_n) تناقصية.

ولدينا كذلك : $u_n = 3 + \frac{1}{2^n} \succ 3$ $\qquad (\forall n \in \mathbb{N})$

إذن (u_n) مصغورة بالعدد 3 .

3-أ) من أجل n من $\mathbb{N}$ لدينا :

$$s_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$$
$$= 3(n+1) + (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + ... \frac{1}{2^n})$$
$$= 3(n+1) + (\frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{2}}$$
$$= 3n + 5 - \frac{1}{2^n}$$

ب) لدينا $\lim \frac{1}{2^n} = 0$ لأن $\lim 2^n = +\infty$

(أو لأن $-1 \prec \frac{1}{2} \prec 1$)

و $\lim 3n+5=+\infty$ إذن : $\lim S_n=+\infty$

Achamel.net