نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$
المستويين $(P) : x + z - 1 = 0$ و $(P') : x - z + 1 = 0$.

1) لدينا $\overrightarrow{n_{(P)}}(1, 0, 1)$ و $\overrightarrow{n_{(P')}}(1, 0, -1)$

بما أن $\overrightarrow{n_{(P)}} \cdot \overrightarrow{n_{(P')}} = 1 - 1$
$= 0$

فإن $\overrightarrow{n_{(P)}} \perp \overrightarrow{n_{(P')}}$ وبالتالي $(P) \perp (P')$

2) أ - (D) مستقيم عمودي على (P) في $I(1, 1, 0)$

إذن (D) موجه ب $\overrightarrow{n_{(P)}}$

ومنه فإن

$$(D) : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 \\ z = t \end{cases} \qquad (t \in \mathbb{R})$$

(D') مستقيم عمودي على (P') في $J(1, 1, 2)$

إذن (D') موجه ب $\overrightarrow{n_{(P')}}$

ومنه فإن

$$(D') : \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 1 \\ z = 2 - \lambda \end{cases} \qquad (\lambda \in \mathbb{R})$$

ب - نضع $(D) \cap (D') = \{ H(x, y, z) \}$

إذن لدينا
$$\begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 1 \\ z = 2 - \lambda \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 \\ z = t \end{cases}$$

أي
$$\begin{cases} 1 + t = 1 + \lambda \\ t = 2 - \lambda \end{cases}$$

أي
$$\begin{cases} t = \lambda \\ t = 2 - \lambda \end{cases}$$

ومنه فإن $t = \lambda = 1$ وبالتالي $H(2, 1, 1)$

3) لدينا $\mathcal{C}$ مركزها H ومماسة لـ P إذن $r = d(H, (P))$

بما أن I هي المسقط العمودي لـ H على (P) فإن $r = HI$

لدينا $H(2, 1, 1)$ و $I(1, 1, 0)$

إذن $\overrightarrow{HI}(-1, 0, -1)$

أي
$$r = \sqrt{(-1)^2 + 0 + (-1)^2} = \sqrt{2}$$

ومنه فإن : $(\mathcal{C}) : (x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 2$

أي : $\boxed{(\mathcal{C}) : x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 2z + 4 = 0}$

بما أن I هي المسقط العمودي لـ H على P فإن $(\mathcal{C}) \cap (P) = \{ I \}$

وبما أن J هي المسقط العمودي لـ H على (P') فإن $(\mathcal{C}) \cap (P') = \{ J \}$