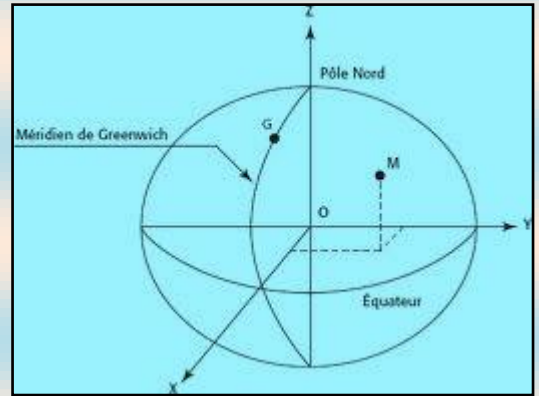
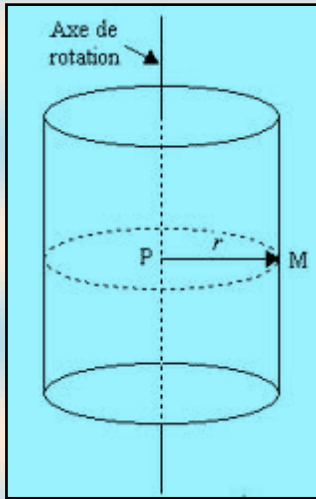
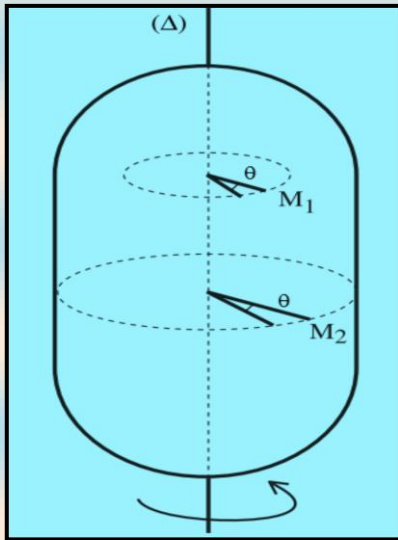


## حركة دوران جسم صلب حول محور ثابت



يكون جسم صلب ( غير قابل للتشويه ) في دوران حول محور ثابت  $(\Delta)$  إذا كانت جميع نقطه في حركة دائرية ممرزة على هذا المحور . كما أن لها في كل لحظة ، نفس السرعة الزاوية  $\omega$  باستثناء النقط المنتمية للمحور  $(\Delta)$  .



**1 - مميزات حركة دوران جسم صلب حول محور ثابت .**  
يكون جسم صلب غير قابل للتشويه في دوران حول محور ثابت ، إذا كانت كل نقطة من نقطه في حركة دائرية ممرزة على هذا المحور . وينتمي مسارها إلى المستوى المتعامد مع محور الدوران .

### 1) الأفصول الزاوي :

الأفصول الزاوي لنقطة متحركة M من جسم صلب في حركة دوران حول محور ثابت  $(\Delta)$  هو الزاوية الموجهة  $\theta = (\overline{Ox}, \overline{OM})$  . وحدة  $\theta$  في النظام العالمي للوحدات هي الراديان رمزها rad .

### 2) الأفصول المنحني :

$$s(t) = M_0M$$

وحدته هي المتر (m) . نعتبر  $M_0$  أصل الأفصول المنحنية . يرتبط الأفصول الزاوي  $\theta$  و الأفصول المنحني  $s$  بالعلاقة :

$$s(t) = r \cdot \theta(t)$$

حيث  $s$  بوحدة المتر (m) ،  $r$  شعاع المسار الدائري ب (m) و  $\theta$  بوحدة (rad) .

\*ملحوظة :  $s$  و  $\theta$  مقداران جبريان .

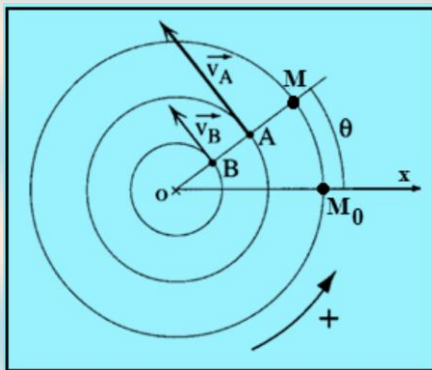
### 3) السرعة الزاوية اللحظية :

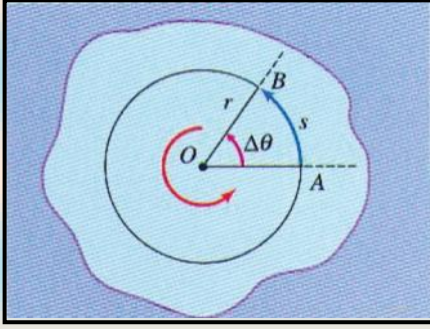
السرعة الزاوية اللحظية لنقطة متحركة M من جسم صلب في دوران حول محور ثابت هي المشتقة بالنسبة للزمن

$$\omega = \dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$$

وحدة  $\omega$  في النظام العالمي للوحدات هي الراديان على الثانية رمزها  $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$  .

\*ملحوظة : جميع نقط جسم صلب في حركة دوران حول محور ثابت تدور بنفس السرعة الزاوية  $\omega$  .





#### 4 ( السرعة الخطية :

تعرف السرعة الخطية  $v(t)$  في لحظة  $t$  لنقطة في حركة

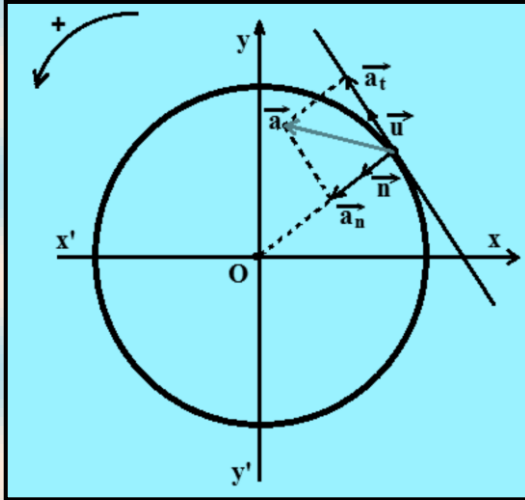
$$v(t) = \frac{ds(t)}{dt} \quad \text{بالعلاقة } O \text{ دائرية مركزها}$$

ونعلم أن  $s(t) = r.\theta(t)$  إذن :  $v(t) = r.\dot{\theta}(t) = r.\omega(t)$

\***ملحوظة :** أثناء دوران جسم صلب حول محور ثابت تكون جميع نقطه في كل لحظة نفس السرعة الزاوية  $\omega$  بينما تختلف سرعاتها الخطية .

#### 5 ( التسارع الزاوي :

التسارع الزاوي لنقطة متحركة  $M$  من جسم صلب في حركة دوران حول محور ثابت هي ، في كل لحظة ، المشتقة بالنسبة للزمن



$$\ddot{\theta} = \frac{d\dot{\theta}}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad \text{للسرعة الزاوية لهذه النقطة :}$$

وحدة  $\ddot{\theta}$  في النظام العالمي للوحدات هي الراديان على مربع الثانية رمزها  $\text{rad.s}^{-2}$  .

في أساس فريني يكتب التسارع الخطي

$$\vec{a} = a_t \vec{u} + a_n \vec{n} \quad \text{كالتالي :}$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = r.\ddot{\theta} \quad \text{بحيث :}$$

$$a_n = \frac{v^2}{r} = r.\dot{\theta}^2 \quad \text{و}$$

#### II - العلاقة الأساسية لديناميك (للتحرك) :

##### 1 ( نص العلاقة :

في معلم مرتبط بالأرض ، و بالنسبة لمحور ثابت  $(\Delta)$  ، يساوي مجموع عزوم القوى المطبقة على جسم صلب في دوران حول محور ثابت  $(\Delta)$  في كل لحظة ، جداء عزم القصور  $J_\Delta$  و التسارع الزاوي  $\ddot{\theta}$  لحركة الجسم في اللحظة المعنية :

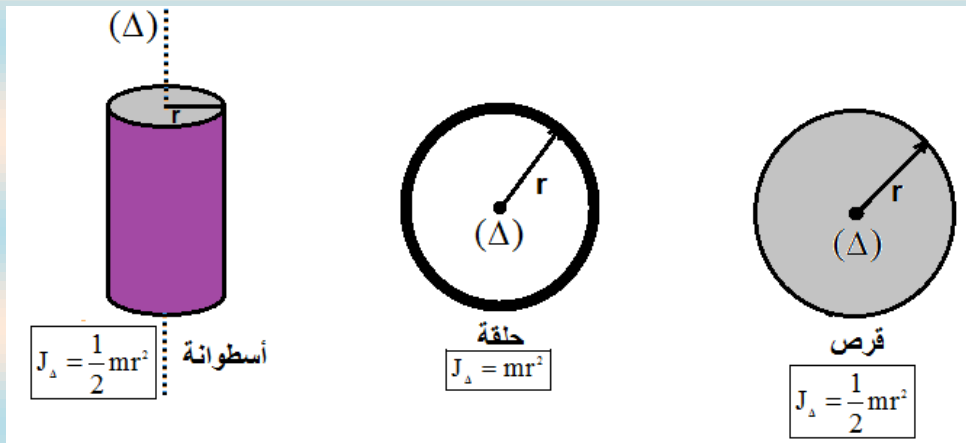
$$\sum M_\Delta(\vec{F}_i) = J_\Delta.\ddot{\theta}$$

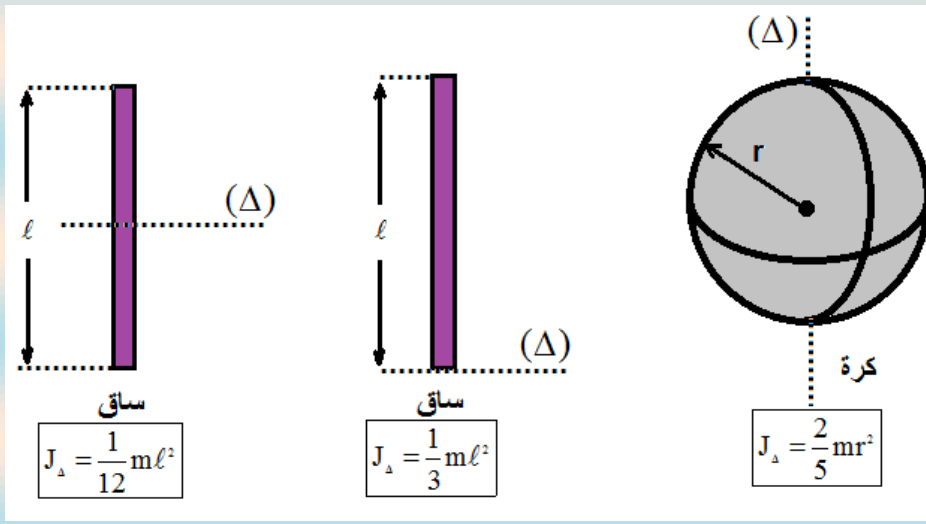
$\sum M_\Delta(\vec{F}_i)$  مجموع العزوم بالنسبة للمحور  $(\Delta)$  للقوى المطبقة على الجسم بوحدة  $(N.m)$  .

$J_\Delta$  عزم قصور الجسم بالنسبة للمحور  $(\Delta)$  بوحدة  $(kg.m^2)$  .

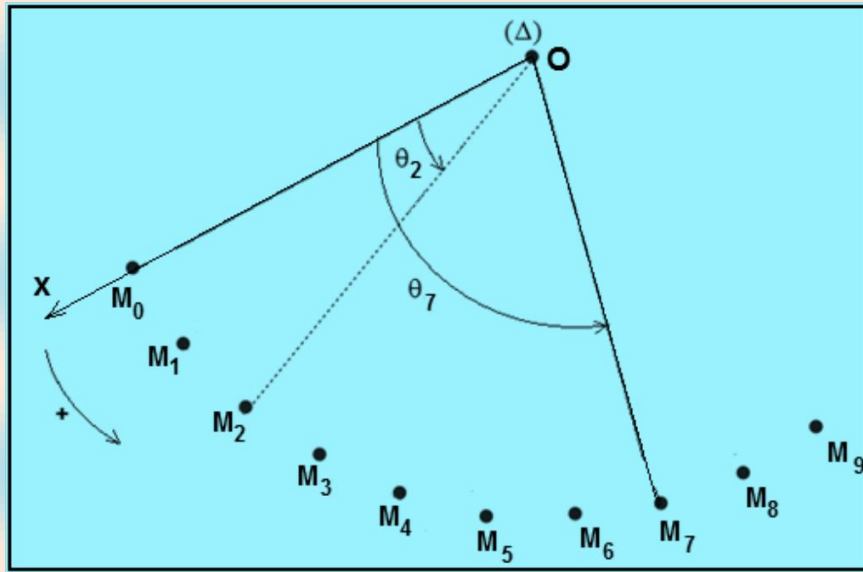
$\ddot{\theta}$  التسارع الزاوي لحركة الجسم بوحدة  $(\text{rad.s}^{-2})$  .

2 ( صيغ عزوم القصور لأجسام متجانسة ذات أشكال بسيطة :





3 - كيفية تحديد السرعة الزاوية و التسارع الزاوي انطلاقا من تسجيل :



نعتبر تسجيل حركة نقطة  $M$  من جسم يدور حول محور ثابت  $(\Delta)$  . نختار المحور  $(Ox)$  محورا مرجعا للأفاصيل الزاوية  $\theta_i$  و منحى دوران الجسم منحى موجبا ، ولحظة تسجيل النقطة  $M_0$  أصلا للتواريخ  $(t=0)$  .  
نعين بالنسبة لكل موضع  $M_i$  المسجل عند اللحظة  $t_i$  :

$$\omega_i = \dot{\theta}_i = \frac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} \quad : \text{ السرعة الزاوية}$$

$$\ddot{\theta}_i = \frac{\dot{\theta}_{i+1} - \dot{\theta}_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} \quad : \text{ التسارع الزاوي}$$

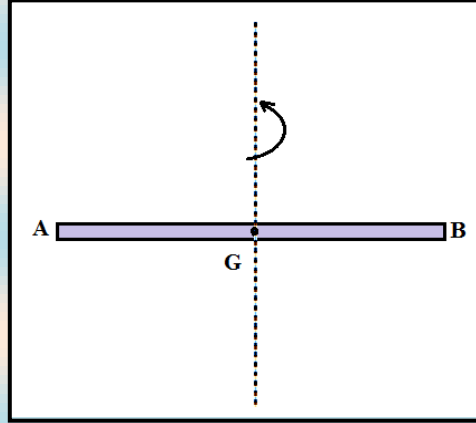
## التمرين 1 :

عارضة AB متجانسة طولها  $L = 1\text{m}$  وكتلتها  $m = 0,5\text{kg}$  تدور حول محور رأسي ثابت يمر من مركز قصورها G (أنظر الشكل) .  
علما أن المعادلة الزمنية

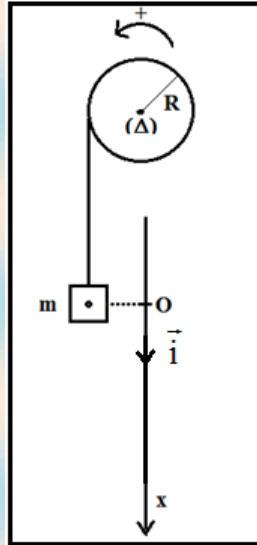
$$\theta(t) = 10.t^2 + 4.t \quad \text{مع } \theta \text{ ب rad و } t \text{ ب s}$$

- 1 - أعط تعبير معادلة السرعة الزاوية ، واحسب قيمتها عند اللحظة  $t = 1\text{s}$  .
- 2 - حدد التسارع الزاوي لحركة العارضة .
- 3 - أحسب  $v_B$  السرعة الخطية للطرف B عند اللحظة  $t = 1\text{s}$  .
- 4 - عين التسارع المنظمي و التسارع المماسي للنقطة B ، ثم قيمة تسارعها عند  $t = 1\text{s}$  .
- 5 - بتطبيق العلاقة الأساسية لديناميك على العارضة ، أوجد تعبير M مجموع عزوم القوى المطبقة على العارضة و احسب قيمته .

نعطي : عزم قصور العارضة بالنسبة لمحور دورانها له التعبير  $J = \frac{1}{12}.m.L^2$



## التمرين 2 :



بكرة كتلتها  $M = 2\text{kg}$  نعتبرها موزعة على محيطها ، قابلة للدوران بدون احتكاك حول محور  $(\Delta)$  أفقي ثابت يمر من مركز قصورها . تلف حول مجرى البكرة خيطا غير قابل للامتداد، كتلته مهملة ولا ينزلق . نعلق في طرف الخيط جسما صلبا كتلته  $m = 2\text{kg}$

معطيات : شعاع البكرة  $R = 0,2\text{m}$  .  $g = 9,8 \text{ ms}^{-2}$

عزم قصور البكرة بالنسبة للمحور  $(\Delta)$  :  $J = MR^2$

نحرر المجموعة بدون سرعة بدنية عند اللحظة  $t = 0$  حيث مركز قصور الجسم الصلب له أفصول منعدم في المعلم  $(O, \vec{i})$  .

1 - بين أن تسارع مركز قصور الجسم يحقق العلاقة :  $a = \frac{g}{2}$

2 - أحسب سرعة مركز قصور الجسم الصلب عندما يصل إلى الموضع ذي الأفصول  $x = 2,45\text{m}$  .

3 - نعيد الجسم إلى الموضع ذي الأفصول  $x = 0$  ثم نحركه بدون سرعة بدنية ، لكن بع أن نطبق على البكرة مزدوجة

قوتين عزمها ثابت و ذلك لكبح حركتها . يأخذ الجسم الصلب السرعة  $v_1 = 2,45 \text{ ms}^{-1}$  عندما يصل إلى الموضع ذي الأفصول  $x = 2,45\text{m}$  .  
أحسب عزم مزدوجة الكبح .