1) . $\mathscr{D}_f =]0, +\infty[$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(\frac{x^2-1}{2} + \ln x\right) = +\infty$ (لأن $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$)

$\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} \left(\frac{x^2-1}{2} + \ln x\right) = -\infty$ (لأن $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} \ln x = -\infty$)

2) لكل x من $]0, +\infty[$: $f'(x) = x + \frac{1}{x}$

لدينا $\forall x \in D_f : x + \frac{1}{x} > 0$

إذن $\forall x \in]0, +\infty[: f'(x) > 0$

جدول تغيرات الدالة f :

x	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$

3) أ- . بما أن $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} f(x) = -\infty$ فإن محور الأراتيب مقارب للمنحنى ($\mathscr{C}_f$) جوار الصفر على اليمين.

$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(\frac{x^2-1}{2x} + \frac{\ln x}{x}\right)$.

بما أن $\lim_{x \to +\infty} \frac{x^2 - 1}{2x} = +\infty$ و $\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

فإن $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$

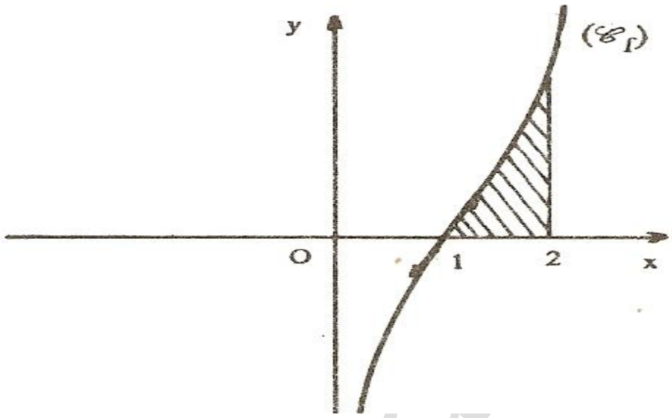
وبالتالي المنحنى $(\mathscr{C}_f)$ يقبل اتجاها مقاربا هو اتجاه محور الأراتيب جوار $+\infty$.

ب- . $(\forall x \in \mathscr{D}_f) : f''(x) = 1 - \frac{1}{x^2} = \frac{x^2 - 1}{x}$

بما أن $f''(x)$ تنعدم في النقطة 1 مع تغيير الإشارة و $f(1) = 0$ ، فإن النقطة $A(1, 0)$ نقطة انعطاف للمنحنى $(\mathscr{C}_f)$.

- لدينا $f'(1) = 2$ ، إذن معادلة لماس $(\mathscr{C}_f)$ عند النقطة $A(1,0)$ هي : $y = 2x - 2$

ج-



4) - لكل x من $]0, +\infty[$:

$$F'(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{3}{2} + 1 + \ln x$$
$$= \frac{x^2 - 1}{2} + \ln x$$
$$= f(x)$$

$$\mathscr{A}(E) = \int_1^2 f(x)\,dx$$
$$= [F(x)]_1^2$$
$$= \left[\frac{x^3}{6} - \frac{3x}{2} + x \ln x\right]_1^2$$
$$= -\frac{1}{3} + 2\ln 2$$