1) الدالة $x \to (2x^2 - 4x)\ln(x) - 3x^2 + 8x$ معرفة على $\mathbb{R}^*_+$

وبما أن $f(0) = 0$ فإن : $D = \mathbb{R}_+$

2) a) لكل x من $\mathbb{R}^*_+$:

$$f(x) = (2x - 4)(x \ln x) - 3x^2 + 8x$$

بما أن $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} x \ln x = 0$

فإن : $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} f(x) = -4 \times 0 + 0$

$= 0$

$= f(0)$

إذن f دالة متصلة على اليمين في النقطة O.

b) لكل x من $\mathbb{R}^*_+$:

$$\frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \frac{(2x^2 - 4x)\ln(x) - 3x^2 + 8x}{x}$$

$$= (2x\ln(x) - 4\ln(x) - 3x + 8)$$

بما أن : $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} \ln x = -\infty$ و $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} x \ln x = 0$

فإن : $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} \frac{f(x) - f(0)}{x} = +\infty$

وبالتالي f غير قابلة للإشتقاق على اليمين في النقطة O.

3) .
$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left((2x^2-4x)\ln(x)-3x^2+8x\right)$$
$$=\lim_{x\to+\infty} x^2\left(2\ln(x)-4\frac{\ln(x)}{x}-3+\frac{8}{x}\right)$$
$$=+\infty$$

. ندرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C)

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to+\infty}\left((2x-4)\ln(x)-3x+8\right)$$
$$=\lim_{x\to+\infty} x\left(2\ln(x)-4\frac{\ln(x)}{x}-3+\frac{8}{x}\right)$$
$$=+\infty$$

وهذا يعني أن (C) يقبل اتجاها مقاربا هو اتجاه محور الأراتيب بجوار $+\infty$

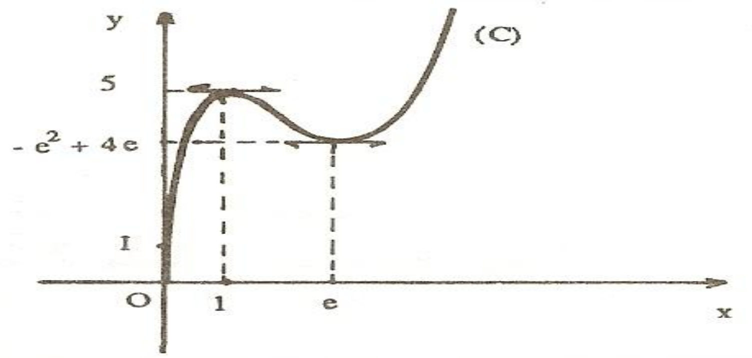
4) $\forall x\in\mathbb{R}^*_+$:

$$f'(x)=(4x-4)\ln(x)+\frac{2x^2-4x}{x}-6x+8$$
$$=4(x-1)\ln(x)+2x-4-6x+8$$
$$=4(x-1)\ln(x)-4(x-1)$$
$$=4(x-1)(\ln(x)-1)$$

جدول تغيرات الدالة f

x	0		1		e		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-e^2+4e$	$\nearrow$	$+\infty$

5)



6) a) نضع $u = \ln(x)$, $u' = \frac{1}{x}$

$v' = 2x^2 - 4x$, $v = \frac{2}{3}x^3 - 2x^2$

إذن : $I = \left[\left(\frac{2}{3}x^3 - 2x^2\right)\ln(x)\right]_1^e - \int_1^e \left(\frac{2}{3}x^2 - 2x\right)dx$

$= \left(\frac{2}{3}e^3 - 2e^2\right) - \left[\frac{2}{9}x^3 - x^2\right]_1^e$

$= \left(\frac{2}{3}e^3 - 2e^2\right) - \left(\frac{2}{9}e^3 - e^2 - \frac{2}{9} + 1\right)$

ومنه $\boxed{I = \frac{4}{9}e^3 - e^2 - \frac{7}{9}}$

b) مساحة الحيز المستوي المحصور بالمنحنى (C) ومحور الأفاصيل والمستقيمين ذوي المعادلتين $x = 1$ و $x = e$ هي :

$\mathscr{A} = \int_1^e f(x)\,dx$

$= \int_1^e (2x^2 - 4x)\ln(x)\,dx + \int_1^e (-3x^2 + 8x)\,dx$

$= I + [-x^3 + 4x^2]_1^e = -\frac{5}{9}e^3 + 3e^2 - \frac{34}{9}$

ومنه $\mathscr{A} = \left(-\frac{5}{9}e^3 + 3e^2 - \frac{34}{9}\right)\text{cm}^2$

بما أن $e \approx 2,7$ فإن : $\mathscr{A} \approx 7,15\ \text{cm}^2$